

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**Т. Ф. Гумен**

# **ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ – 2. ЕЛЕКТРИЧНІ СИГНАЛИ РОЗРАХУНКОВА РОБОТА**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня за освітньою  
програмою «Електронні системи мультимедіа та засоби Інтернету  
речей»*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2019

Рецензенти: *Луньова С. А., канд. фіз.-мат. наук, доцент*

Відповідальний  
редактор *Савченко Ю. Г., д.т.н., професор*

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол №7 від 01.04. .2019 р.)  
за поданням Вченої ради ФЕЛ (протокол 02/2019 від 25.03. .2019 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

*Гумен Тамара Федосіївна*

# ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ – 2. ЕЛЕКТРИЧНІ СИГНАЛИ РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

Теорія електричних кіл – 2. Електричні сигнали: Розрахункова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою

« Електронні системи мультимедіа та засоби Інтернету речей» /Т. Ф. Гумен; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 0.931 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 91 с.

Наведено стислі теоретичні відомості аналізу частотних властивостей лінійних динамічних кіл, приклади визначення частотних характеристик електричних кіл, а також структуру та вимоги до розрахункової роботи.

Особливістю розрахункової роботи є те, що розглянуті організаційні вказівки до виконання розрахункової роботи та контрольні питання сприятимуть студентам більш ефективно спланувати час опрацювання теоретичного матеріалу, виконання розрахункової частини, оформлювання пояснювальної записки, підготовки до захисту.

© Т. Ф. Гумен , 2019

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019

## ЗМІСТ

Вступ	4
1 Основні вимоги до РР	5
1. 1 Мета РР	5
1. 2 Завдання на РР	5
1. 3 Організаційні вказівки до виконання РР	6
1. 4 Структура РР та пояснювальної записки	6
1. 5 Оформлення пояснювальної записки РР	7
2 Аналіз частотних властивостей лінійних динамічних кіл	9
2. 1 Види частотних характеристик	9
2. 2 Методи визначення комплексної частотної функції	15
2. 3 Кількісне оцінювання спотворень	18
3 Приклади аналізу частотних властивостей електричного кола	25
3. 1 Визначення частотних характеристик загороджувального фільтра	25
3. 2 Дослідження залежності частотних характеристик від зміни параметрів елементів кола	33
4 Контрольні питання	41
Перелік джерел посилання	44
Додаток А Приклад оформлення титульного аркуша	45
Додаток Б Приклад оформлення завдання	46
Додаток С Електричні схеми заданого кола	48
Додаток Д Таблиці параметрів елементів	56
Додаток К Задана КЧФ, вид реакції, елемент зі змінним параметром	57
Додаток Ж Приклад виконання РР	60

## ВСТУП

Начальна дисципліна «Теорія електричних кіл-2. Електричні сигнали» є невід’ємною складовою циклу дисциплін загальної підготовки бакалаврів за спеціальністю «171 Електроніка», які закладають фундамент якісної підготовки фахівців у галузі знань «Електроніка та телекомунікації»

Міцні знання з дисципліни «ТЕК-2. Електричні сигнали», необхідні практичні навички та вміння набуваються студентами у поєднанні різних видів роботи на лекційних, практичних, лабораторних заняттях і обов’язково самостійної роботи.

В навчальному посібнику коротко, але достатньо повно, розглянуті теоретичні аспекти частотного аналізу лінійних динамічних кіл символічним методом на основі комплексно – частотної функції, визначені основні його особливості, властивості та сутність.

Наведені теоретичні відомості та практичні приклади дозволять студентам ґрунтовніше розібратися з частотним аналізом лінійних динамічних кіл і сприятимуть самостійному виконанню РР.

## 1 ОСНОВНІ ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ РР

### 1.1 Мета РР

Метою РР є оволодіння студентами навичок дослідження частотних властивостей лінійних динамічних кіл на основі комплексно – частотної функції символічним методом аналізу усталених гармонічних режимів [1, 2, 3] .

### 1.2 Завдання на РР

Для заданого електричного кола (Додаток С) з параметрами елементів згідно номеру варіанту (Додаток Д) та параметрами завдання (Додаток Є) виконати наступне:

1. На основі заданої комплексно-частотної функції розрахувати не менше, а ніж для десяти значень частоти такі частотні характеристики: АЧХ, ФЧХ, АФХ, ХГЧЗ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, характеристику затухання. Результати представити в табличній та графічній формах.
2. Обчислити значення граничних частот смуги пропускання на рівні 3дБ, групового часу запізнення в межах смуги пропускання.
3. Провести дослідження залежності АЧХ та ФЧХ від зміни параметрів одного з елементів. Дослідження виконати спочатку якісно та підтвердити кількісно (на основі розрахунків). Результати представити в табличній та графічній формах.
4. Вхідний сигнал –  $u(t) = U_m(t) \cos(\omega t + \alpha_u)$

### 1.3 Організаційні вказівки до виконання РР

Кожний студент отримує індивідуальне завдання на РР (варіант завдання визначається викладачем), яке оформлюється на бланку із зазначенням усіх його граф (Додаток Б). Оформлене у зазначений спосіб завдання і підписане студентом подається на підпис викладачу не пізніше другого тижня від видачі завдання.

Виконувати РР рекомендується у відповідності до календарного плану наведеному у завданні ( див. Додаток Б).

При складанні календарного плану виконання РР кожний студент повинен у межах визначених термінів оптимально спланувати свій час так, щоб урахувати свої індивідуальні властивості та творчі здібності для збирання інформації, її обдумування та аналізу, виконання розрахунків, рисунків, таблиць, оформлення текстового матеріалу.

Для зменшення витрат часу на нетворчу роботу потрібно використовувати різноманітні комп'ютерні програми для виконання розрахунків, побудови таблиць і графіків тощо.

РР оцінюється у відповідності до «Положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з дисципліни «Теорія електричних кіл-2. Електричні сигнали».

***Виконана РР, що не відповідає індивідуальному завданню не зараховується.***

#### **1.4 Структура РР та пояснювальної записки**

РР складається із титульного аркуша (Додаток А), завдання (Додаток Б), пояснювальної записки.

Пояснювальна записка містить такі структурні елементи: зміст, вступ, основна частина, висновки, перелік джерел посилання, додатки.

Зміст має включати: вступ, найменування всіх розділів, підрозділів, пунктів основної частини роботи, висновки, перелік джерел посилання, додатки.

У вступі зазначається актуальність виконання РР, мета роботи, коротка характеристика змісту роботи.

В основній частині викладаються принципи частотного аналізу лінійних динамічних кіл символічним методом на базі комплексно – частотної функції, розрахунки частотних характеристик та їх дослідження. Суть основної частини подається у вигляді розділів, підрозділів, пунктів, а при необхідності і підпунктів.

У висновках дається оцінка одержаних результатів та пропозиції щодо їх використання.

У переліку джерел посилання бібліографічні описи подають у порядку, за яким джерела вперше згадують у тексті. Порядкові номери бібліографічних описів у переліку джерел мають відповідати посиланням на них у тексті

До додатків можна включати діаграми, графіки, схеми, таблиці результатів, лістинги використовуваних комп'ютерних програм.

### **1.5 Оформлення пояснювальної записки РР**

Оформлення пояснювальної записки до РР має відповідати ДСТУ 3008:2015 «Звіти у сфері науки і техніки Структура та правила оформлювання».

Пояснювальну записку до РР, згідно з [4], виконують машинним (за допомогою комп'ютерної техніки) чи машинописним способом на одному боці аркуша білого паперу формату А4 (шрифт Times New Roman, 14 пт, міжрядковий інтервал 1,5, береги: верхній і нижній - не менше 20 мм, лівий – не менше 25мм, правий - не менше 10 мм).

Сторінки слід номерувати наскрізно арабськими цифрами. Номер сторінки проставляють праворуч у верхньому куті без крапки в кінці.

Титульний аркуш, лист завдання включають до загальної нумерації сторінок, номер сторінки на титульному аркуші та листі завдання не проставляють.

Графічний матеріал (діаграми, графіки, схеми) має відповідати [4, 5].

Наведення числового результату розрахунків без попереднього запису у формулі замість буквених символів числових значень величин, які входять до неї, не допускається .

Кінцеві числові результати розрахунків повинні містити не менше п'яти цифр після коми.

Доцільно дотримуватись розмірностей величин, що відносяться до однієї з груп узгоджених для системи СІ одиниць:

***V, мА, кОм, мСм, мкФ, мс, кГц, Гн;***

***V, мА, кОм, мСм, нФ, мкс, МГц, мГн;***

***V, мА, кОм, мСм, пФ, нс, ГГц, мкГн.***

Рекомендований обсяг пояснювальної записки складає 15-20 аркушів.



## 2 АНАЛІЗ ЧАСТОТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ КІЛ

### 2.1 Види частотних характеристик

Частотні властивості лінійного динамічного кола визначаються через відповідні параметри їх *частотних характеристик*.

Частотні характеристики отримують на основі *комплексної частотної функції (КЧФ)* кола [1,2]:

$$F(j\omega) = F(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \dot{y}(t) / \dot{x}(t) = \frac{Y(j\omega)e^{j\omega t}}{X(j\omega)e^{j\omega t}},$$

де  $X(j\omega)$  - амплітуда діючого комплексного експонентного сигналу  $\dot{x}(t)$ ,  $Y(j\omega)$  - амплітуда реакції  $\dot{y}(t)$  такого ж виду, як і дія, є у загальному випадку величинами комплексними та функціями дійсної частоти  $\omega$  чи  $f$ .

Ці амплітуди можуть бути виражені через параметри гармонічної реакції та дії:  $X(j\omega) = X_m e^{j\alpha_x} = \dot{X}_m$  - *комплексна амплітуда дії*;  $Y(j\omega) = Y_m e^{j\alpha_y} = \dot{Y}_m$  - *комплексна амплітуда реакції*.

#### **Види частотних характеристик:**

- 1) *частотний годограф* або *амплітудно-фазова характеристика (АФХ)*;
- 2) *амплітудно-частотна характеристика (АЧХ)*;
- 3) *фазо-частотна характеристика (ФЧХ)*;
- 4) *дійсна АЧХ*;
- 5) *уявна АЧХ*;
- 6) *характеристика групового часу запізнення (ХГВЗ) або характеристика затримки (ХЗ)*;
- 7) *логарифмічна амплітудно-частотна характеристика (ЛАЧХ)*, яка виражається у *неперах* чи *децибелах*;

8) характеристика загасання (ХЗ) чи послаблення, що виражається у неперах чи децибелах;

9) логарифмічна фазо-частотна характеристика (ЛФЧХ).

**Графічне зображення комплексної частотної функції  $F(j\omega)$ , яке зветься амплітудно-фазовою характеристикою або частотним годографом, - це геометричне місце точок на комплексній площині кінця радіус-вектора довжиною, що дорівнює модулю КЧФ, та кутом нахилу до дійсної осі, що дорівнює значенню її аргумента, для відповідних значень частоти при її зміні від нуля до нескінченості.**

**Амплітудно-частотна характеристика** - це модуль  $F(\omega) = Y_m(\omega) / X_m(\omega) = Y(\omega) / X(\omega)$  КЧФ для різних значень частоти  $\omega$ .

**Фазо-частотна характеристика**  $\varphi(\omega) = \alpha_Y(\omega) - \alpha_X(\omega)$  — аргумент КЧФ.

**Характеристика затримки чи групового часу запізнення** характеризує швидкість зміни ФЧХ:

$$\psi(\omega) = -d\varphi(\omega) / d\omega.$$

Дійсна частина КЧФ  $F_R(\omega) = F(\omega)\cos\varphi(\omega)$  — дійсна АЧХ, а її уявна  $F_I(\omega) = F(\omega)\sin\varphi(\omega)$  частина - уявна АЧХ.

**Логарифмічна АЧХ**, що виражається в неперах

$$F_{\text{Нп}}(\omega) = \ln F(\omega) \Rightarrow e^{F_{\text{Нп}}(\omega)} = Y(\omega) / X(\omega),$$

або в децибелах

$$F_{\text{дБ}}(\omega) = 20 \cdot \lg F(\omega) \Rightarrow F(\omega) = 10^{\frac{F_{\text{дБ}}(\omega)}{20}} = Y(\omega) / X(\omega).$$

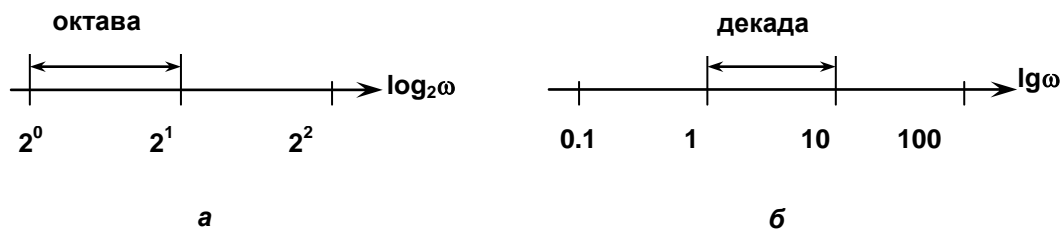


Рисунок 2.1 – Логарифмічні одиниці частоти

**Якщо коло пасивне, то відношення  $Y/X < 1$  і логарифмічні значення від'ємні,** тому для таких кіл використовують характеристики загасання чи послаблення:

- у неперах

$$a_{\text{Нп}}(\omega) = -F_{\text{Нп}}(\omega);$$

- у децибелах

$$a_{\text{дБ}}(\omega) = -F_{\text{дБ}}(\omega).$$

Для відображення частоти використовують її логарифмічні одиниці:

**октаву** — діапазон частот, в межах якого крайні значення частоти відрізняються вдвічі (рис. 2.1,а);

**декаду** — інтервал частот з крайніми частотами, що відрізняються у десять разів (рис. 2.1,б).

**Приклад.** Для послідовного класичного  $RC$ -кола 1-го порядку з використанням КЧФ на основі коефіцієнта передачі напруги визначити його частотні характеристики.

Відносно напруги на ємнісному елементі

$$\begin{aligned}
 F(j\omega) = K_u(j\omega) &= \frac{\dot{u}_{\text{вих}}(t)}{\dot{u}_{\text{вх}}(t)} = \frac{\dot{U}_{\text{мвих}}}{\dot{U}_{\text{мвх}}} = \frac{\dot{U}_{\text{вих}}}{\dot{U}_{\text{вх}}} = \frac{1/j\omega C}{Z_{\text{вх}}} = \frac{1}{j\omega CR + 1} = \\
 &= \frac{1}{j\omega\tau_c + 1} = \alpha_c \frac{1}{j\omega + \alpha_c} = \frac{1 - j\omega\tau_c}{1 + (\omega\tau_c)^2} = \frac{1}{1 + (\omega\tau_c)^2} - j \frac{1}{1 + (\omega\tau_c)^2}.
 \end{aligned}$$

**Амплітудно-частотна характеристика, як модуль  $F(j\omega)$ ,**

$$F(\omega) = \frac{U_{\text{вих}}(\omega)}{U_{\text{вх}}(\omega)} = \frac{\alpha_C}{\sqrt{\omega^2 + \alpha_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{(\omega\tau_C)^2 + 1}},$$

де  $\alpha_C$  - гранична частота (частота половинної потужності), що з точністю до знака збігається з полюсом КЧФ і обмежує діапазон частот, який називають *смугою пропускання* кола або системи. На граничній частоті потужність вдвічі менше, ніж на частоті, що відповідає  $F(\omega) = F_{\text{max}}$ .

**Фазово-частотна характеристика**

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega/\alpha_C) = -\arctg\omega\tau_C.$$

Графічне зображення АЧХ, ФЧХ та АФХ на рис. 2.2.

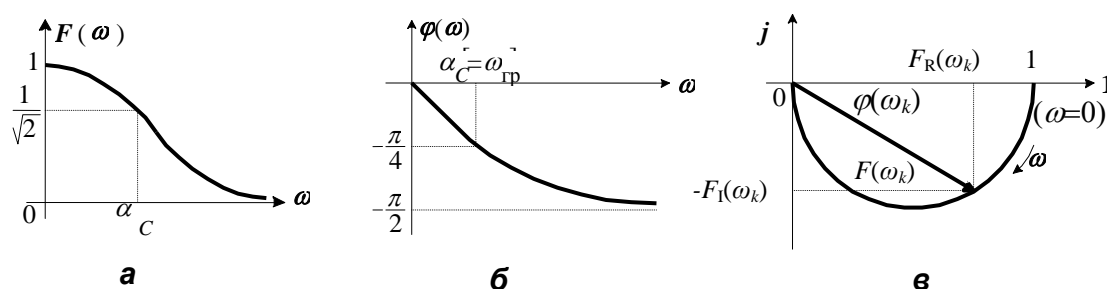


Рисунок 2.2 - Амплітудно-частотна (а), фазочастотна (б) та амплітудно-фазова характеристики послідовного RC-кола 1-го порядку

Оскільки, гранична частота  $\omega_{\text{гр}}$  - полюс КЧФ  $F(j\omega)$ , то, виходячи з ФЧХ, можна стверджувати, що однократний дійсний ненульовий полюс на даній частоті вносить фазовий зсув у мінус  $45^\circ$ , двократний - мінус  $90^\circ$ , а -кратний -  $n \cdot 90^\circ$ .

Для будь-якого значення частоти  $\omega$  значення дійсної АЧХ  $F_R(\omega) = 1/(1 + (\omega\tau_C)^2)$  є проекцією на дійсну вісь, а уявної  $F_I(\omega) = -\omega\tau_C/(1 + (\omega\tau_C)^2)$  - на уявну вісь, радіус-вектора, довжина якого дорівнює модулю  $F(\omega)$  на даній частоті (тобто значенню АЧХ), а кут нахилу до дійсної осі - її аргументу  $\varphi(\omega)$  (значенню ФЧХ).

### Характеристика групового часу запізнення

$$\psi(\omega) = -\frac{d\varphi}{d\omega} = -\frac{d}{d\omega}(-\arctg \omega \tau_C) \Rightarrow \psi(\omega) \Big|_{\omega_{гп}=1/\tau_C} = 0,5\tau_C.$$

**Логарифмічна АЧХ.** По осям - логарифмічний масштаб, наприклад, по осі ординат — дБ, а по осі абсцис — декади:

$$F_{\text{дБ}}(\omega) = 20 \lg F(\omega).$$

Якщо  $\omega = 1/\tau_C = \alpha_C$ , то  $AЧХ = 1/\sqrt{2}$ . Для всіх значень частоти, що менші за граничну, АЧХ не перевищує 3 дБ. Для частот, більших за граничну, при зміні частоти вдесятеро (на декаду), АЧХ змінюється на 20 дБ (рис. 2.3).

*Кожний однократний дійсний від'ємний ненульовий полюс КЧФ  $F(j\omega)$  спричинює зміну логарифмічної АЧХ на  $-20$  дБ на кожен декаду, а  $n$  таких полюсів ведуть до зміни АЧХ на  $-20n$  дБ на декаду.*

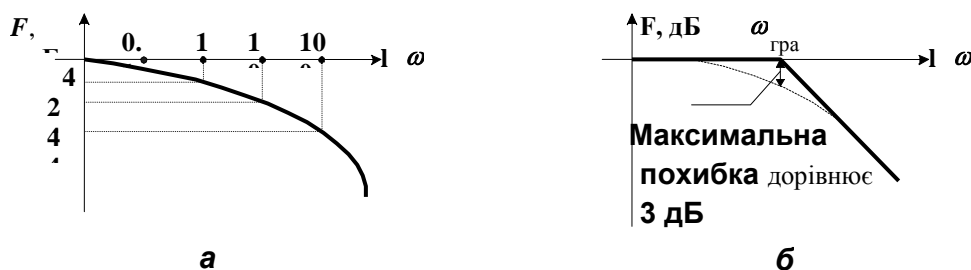


Рисунок 2.3 - Логарифмічна АЧХ (а) та асимптотична логарифмічна АЧХ (б)

Якщо частота подається у октавах, то це відповідно 6 дБ або  $6 \cdot n$  дБ на октаву.

Очевидно, що в межах смуги пропускання така логарифмічна АЧХ прямує до прямої з нульовим кутом нахилу (асимптоти на нульовому рівні), а в межах смуги затримки - до асимптоти з кутом нахилу - 20 дБ на декаду.

Таким чином, реальну логарифмічну АЧХ, яка визначається простим ненульовим від'ємним нулем можна, представити двома вказаними прямолінійними відрізками, що перетинаються на межі смуги пропускання та

затримки (рис. 2.3,б). Такі характеристики називають **асимптотичними логарифмічними АЧХ**.

**Логарифмічна ФЧХ.** Масштаби: по осі абсцис — логарифмічний масштаб (в децибелах чи неперах), а по осі ординат — звичайний (градуси або радіани):

$$\varphi(\omega) = -\arctg \tau_C.$$

Аналіз аналітичного виразу ФЧХ та її графічного зображення (рис. 2.4,а) дозволяє стверджувати таке:

*Кожному дійсному ненульовому однократному полюсу КЧФ  $F(j\omega)$  відповідає асимптотична логарифмічна ФЧХ, яка складається з двох прямих відрізків. Перший з них - відповідає зміні ФЧХ на  $-90^\circ$  при зміні частоти в 2 декади симетрично від граничної частоти  $\omega_{\text{гр}}$  на одну декаду з обох боків; друга — має нульовий кут нахилу на рівні  $-90^\circ$  (рис. 2.4,б). Для  $n$ -кратного полюсу кожна пряма характеризується величинами у  $n$  разів більшими.*

Характеристики подібного типу називаються **асимптотичними логарифмічними ФЧХ**.

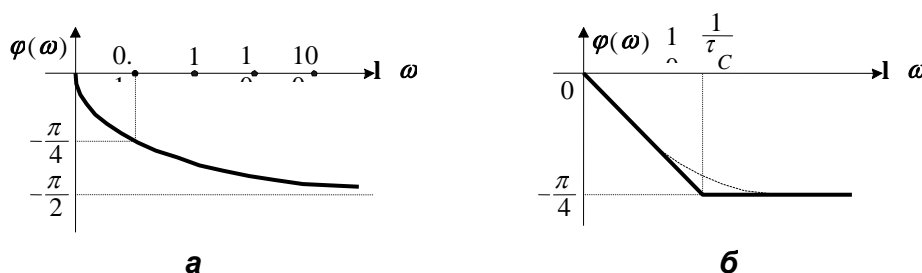


Рисунок 2.4 - Логарифмічна (а) та асимптотична (б) логарифмічна ФЧХ.

## 2.2 Методи визначення комплексної частотної функції

Основні методи визначення КЧФ:

**1. На основі диференціального рівняння кола підстановкою замість реакції  $u(t)$  і дії  $x(t)$  їхніх символічних зображень або ж комплексних амплітуд.**

Так, наприклад, якщо у диференціальному рівнянні RC-кола 1-го порядку

$$RC du_{\text{вих}}(t)/dt + u_{\text{вих}}(t) = u_{\text{вх}}(t)$$

перейти до символічних зображень, отримаємо:

$$RCj\omega \dot{U}_{\text{мвих}} e^{j\omega t} + \dot{U}_{\text{мвих}} e^{j\omega t} = \dot{U}_{\text{мвх}} e^{j\omega t} \Rightarrow F(j\omega) = \frac{\dot{U}_{\text{мвих}}}{\dot{U}_{\text{мвх}}} = \frac{1}{j\omega RC + 1}.$$

**2. На основі операторної функції кола при заміні у її виразі змінної  $p$  на  $j\omega$**

$$F(j\omega) = F(p)|_{p=j\omega}.$$

Наприклад, операторній функції :

$$F(p) = \frac{pL + R_1}{p^2 LC(R_2 + R) + pC(R_1 R_2 + RR_1 + RR_2) + R_1 + R}.$$

після вказаної заміни відповідає КЧФ

$$F(j\omega) = \frac{j\omega L + R_1}{(j\omega)^2 LC(R_2 + R) + j\omega C(R_1 R_2 + RR_1 + RR_2) + R_1 + R}.$$

**3. На основі резистивних кіл відповідно до методу комплексних амплітуд або символічного методу.**

**4. Через імпульсну характеристику відповідно до прямого перетворення Фур'є:**

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\lambda) e^{-j\omega \lambda} d\lambda.$$

**Приклад.** Визначити КЧФ як коефіцієнт передачі струму  $K_i(j\omega) = \dot{I}_C / \dot{I}_{\text{BX}}$  через потрібну імпульсну характеристику  $g_i(t)$  для струму через ємнісний елемент в колі на рис.2.5.

Зазначена імпульсна характеристика  $g_i(t) = \delta(t) - (1/\tau_C)e^{-t/\tau_C}$ , де  $\tau_C = CR_2$ .  
Відповідно коефіцієнт передачі струму

$$K_i(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [\delta(\lambda) - (1/\tau_C)e^{-\lambda/\tau_C}] e^{-j\omega\lambda} d\lambda = 1 - \frac{1/\tau_C}{\tau_C[j\omega + (1/\tau_C)]} = \\ = j\omega\tau_C / (j\omega\tau_C + 1)$$

**Приклад.** Для кола на рис. 2.5 визначити КЧФ, які відповідають: а - коефіцієнту передачі напруги  $K_u(j\omega) = \dot{U}_{R2} / \dot{U}_{\text{BX}}$ ; б - коефіцієнту передачі струму  $K_i(j\omega) = \dot{I}_C / \dot{I}_{\text{BX}}$ ; в - вхідній провідності  $Y_{\text{BX}}(j\omega) = \dot{I}_{\text{BX}} / \dot{U}_{\text{BX}}$ .

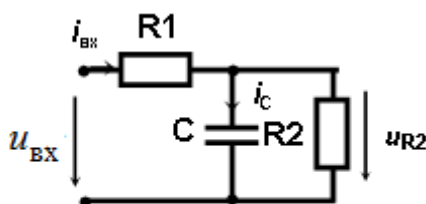


Рисунок 2.5 - RC-коло 1-го порядку

Відповідно до основних положень методу комплексних амплітуд і властивостей розподільника напруги коефіцієнт передачі напруги

$$K_u(j\omega) = \dot{U}_{R2} / \dot{U}_{\text{BX}} = \underline{Z}_{CR2} / (\underline{Z}_{CR2} + \underline{Z}_{R1}) = \\ = \frac{(R_2 / j\omega C) / [(1 / j\omega C) + R_2]}{R_1 + (R_2 / j\omega C) / [(1 / j\omega C) + R_2]} = R_2 / (j\omega CR_1 R_2 + R_1 + R_2).$$

Коефіцієнт передачі струму отримаємо з урахуванням властивостей розподільника струму:

$$K_i(j\omega) = \dot{I}_C / \dot{I}_{\text{BX}} = \frac{R_2}{(1 / j\omega C) + R_2} = \frac{j\omega CR_2}{j\omega CR_2 + 1}.$$

Як величина, обернена до вхідного опору, комплексна вхідна провідність заданого кола



$$Y_{\text{BX}}(j\omega) = \dot{I}_{\text{BX}} / \dot{U}_{\text{BX}} = 1 / Z_{\text{BX}}(j\omega) = 1 / [R_1 + \frac{R_2 / j\omega C}{R_2 + (1 / j\omega C)}] =$$

$$= (j\omega CR_2 + 1) / (j\omega CR_1 R_2 + R_1 + R_2).$$

**Приклад.** Визначити КЧФ як коефіцієнт передачі струму  $K_u(j\omega) = \dot{U}_C / \dot{U}_e$ , скориставшись диференціальним рівнянням кола на рис.2.6

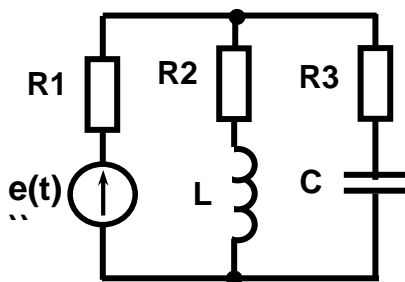


Рисунок 2.6 - Електричне коло другого порядку.

Диференціальне рівняння "вхід-вихід" заданого кола для напруги на ємнісному елементі має такий вигляд:

$$LC(R_1 + R_3) \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + [L + C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)] \frac{du_C(t)}{dt} +$$

$$+ (R_1 + R_2) u_C(t) = L de(t) / dt + R_2 e(t).$$

Тоді коефіцієнти його лівої частини

$$a_2 = LC(R_1 + R_2); \quad a_1 = L + C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3); \quad a_0 = R_1 + R_2.$$

Коефіцієнти правої частини диференціального рівняння:  $b_1 = L$ ;  $b_0 = R_2$ .

Відповідно потрібна КЧФ має наступний вигляд:

$$K_u(j\omega) = (b_1 j\omega + b_0) / [a_2 (j\omega)^2 + a_1 j\omega + a_0] =$$

$$= \frac{j\omega L + R_2}{[LC(R_1 + R_2)](j\omega)^2 + [L + C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)]j\omega + R_1 + R_2}.$$

## 2.3 Кількісне оцінювання спотворень

Коло називається неспотворюючим або ідеальним, якщо воно не вносить спотворень в сигнал, що проходить через нього.

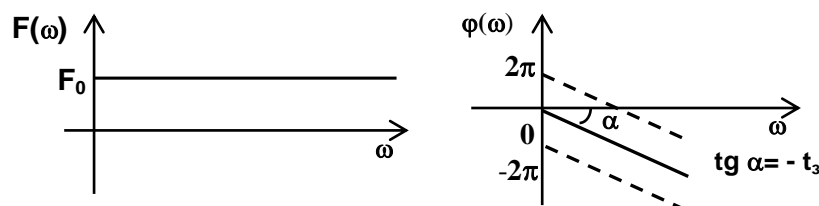


Рисунок 2.7 - Частотні характеристики неспотворюючих кіл.

У неспотворюючому колі вхідний і вихідний сигнали ідентичні за кількістю спектральних складових та їхніми параметрами.

Спотворення є причиною того, що параметри спектральних складових реакцій та дій не збігаються. Якщо реакція не містить нових складових, то маємо *частотні* чи *лінійні спотворення*.

Зміни форми реакції електричного кола, що зумовлені появою у її спектрі нових (відсутніх у діючому сигналі) спектральних складових, називаються нелінійними спотвореннями.

АЧХ кола, яке не спотворює сигнали, має вигляд прямої, паралельної осі абсцис (осі частот), на рівні  $F_0$  для всього частотного діапазону від 0 до  $\infty$ , а ФЧХ - прямої з від'ємним кутом нахилу  $t_3$ , яка проходить через початок координат чи перетинає вісь ординат у точках  $\pm 2n\pi$  (рис. 2.7).

Якщо АЧХ кола відрізняється від ідеальної, то спотворення сигналу, зумовлене цим, називають *амплітудними спотвореннями*. Відхилення ФЧХ кола від ідеальної веде до *фазових спотворень*. Спотворення, зумовлені відхиленням

одночасно реальних АЧХ та ФЧХ від ідеальних, називаються *амплітудно-фазовими спотвореннями*.

Амплітудні та фазові спотворення часто називають *частотними* або *лінійними*, відповідно до причини їх виникнення: залежність від частоти опору реактивних елементів лінійних кіл. До спотворень інформації можуть призводити, або фазові, або амплітудні спотворення окремо чи разом.

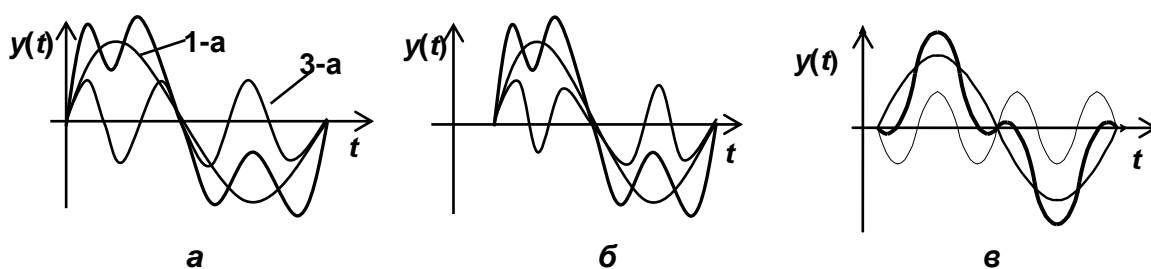


Рисунок 2.8 - Зміна форми сигналу, зумовлена фазовими спотвореннями

**Приклад.** Вхідний сигнал (рис. 2.8,а), що містить 1-у і 3-ю гармоніку, діє на коло, яке не вносить амплітудних спотворень.

Розглянемо два випадки:

1) початкові фази 1-ї і 3-ї гармонік при проходженні через коло змінюються на одну й ту ж саму величину, тобто зсув фаз між першою та третьою гармоніками у вхідному та вихідному сигналі однаковий;

2) початкові фази 1-ї та 3-ї гармонік при проходженні через коло змінюються так, що зсув фаз між 1-ю та 3-ю гармоніками у вихідному сигналі відрізняється від зсуву фаз цих гармонік у вхідному сигналі:

$$\alpha_{1\text{вих}} = \alpha_{1\text{вх}} + \Delta\alpha_1, \quad \alpha_{3\text{вих}} = \alpha_{3\text{вх}} + \Delta\alpha_3 \Rightarrow \Delta\alpha_1 \neq \Delta\alpha_3 \Rightarrow \alpha_{1\text{вих}} - \alpha_{3\text{вих}} \neq \alpha_{1\text{вх}} - \alpha_{3\text{вх}}.$$

У першому випадку форма вихідного сигналу не відрізняється від вхідного (рис. 2.8,б). А от у другому форма реакції різко відрізняється від дії (рис. 2.8,в).

Отже, фазові спотворення зумовлені тільки різною зміною зсувів фаз між спектральними складовими.

**Кількісне оцінювання лінійних (частотних) спотворень.** Виходячи з природи частотних спотворень, вони неминучі. Тому для оцінювання якості системи, а також забезпечення відповідної якості апаратури, частотні спотворення регламентують, тобто задають норми їхніх допустимих значень. Оскільки пристрої по-різному спотворюють сигнали у різних частотних діапазонах, то поряд із нормами допустимих спотворень системи передачі сигналів характеризують *робочими смугами* або *смугами пропускання* (СП).

За смугу пропускання приймають діапазон частот, обмежений деякими частотами  $\omega_{\min}$  ( $\omega_{\min} \rightarrow \omega_H(f_H)$ ) і  $\omega_{\max}$  ( $\omega_{\max} \rightarrow \omega_B(f_B)$ ), у якому частотні спотворення не перевищують допустимих норм:

$$\Delta\omega_c = \omega_B - \omega_H \leftrightarrow \Delta f_c = f_B - f_H.$$

**Приклад.** Канал телефонного зв'язку займає смугу частот, обмежену знизу частотою 100 Гц та зверху частотою 3,5 кГц.

Зазвичай допустимі норми спотворень встановлюються значеннями величин, що кількісно відображають відхилення реальних АЧХ та ФЧХ від ідеальних.

Для кількісного оцінювання амплітудних спотворень використовують такі величини:

*загальна нерівномірність АЧХ –  $M_0$ ;*

*коефіцієнт частотних спотворень –  $M(\omega)$ ;*

*коефіцієнт прямокутності АЧХ –  $K_{\pi}$ .*

Загальна нерівномірність амплітудно-частотної характеристики  $M_0$  - це половина, вираженої у децибелах, різниці між максимальним та мінімальним значеннями АЧХ у заданому частотному діапазоні:

$$M_0 = 0,5 \cdot 20 \log(F_{\max} - F_{\min}) .$$

Графічна ілюстрація визначення максимального та мінімального значень АЧХ зображена на рис. 2.9,а. Нерівномірність АЧХ не перевищує  $\pm 3$ дБ. Чим менше  $M_0$ , тим менше амплітудні спотворення.

**Коефіцієнт частотних спотворень  $M(\omega)$**  - це відношення максимального значення АЧХ до її значення на заданій частоті  $\omega$  у робочому частотному діапазоні:

$$M(\omega) = F_{\max} / F(\omega).$$

На практиці оперують з коефіцієнтом частотних спотворень, який виражається у логарифмічних одиницях, зокрема, децибелах:

$$M_{\text{дБ}}(\omega) = 20 \lg[(F_{\max} / F(\omega))].$$

Допустимі і практично значимі значення коефіцієнта частотних спотворень:  $1,1 \leq M(\omega) \leq 1,3$ . Для ідеальних систем  $M(\omega) = 1$ .

**Коефіцієнт прямокутності  $K_{\Pi}$**  - це відношення діапазону частот (смуги пропускання кола), що відповідає вибраному рівню до частотного інтервалу для стандартного рівня:

$$K_{\Pi} = \Delta \omega_{\text{вибр}} / \Delta \omega_{\text{ст}} = \Delta f_{\text{вибр}} / \Delta f_{\text{ст}}.$$

Вибраний рівень, як і стандартний, визначається по відношенню до максимального значення АЧХ і відповідає її зміні на 40 дБ чи 60 дБ. У звичайних одиницях - це зміна амплітуди сигналу відповідно у 100 чи 1000 разів. За *стандартний рівень* у логарифмічних одиницях береться рівень 3дБ або 6 дБ та  $\sqrt{2}$  або 2 для звичайних одиниць. Для аудіовізуальних систем більш поширеним є рівень 6 дБ з відповідною смугою пропускання.

Задовільні значення  $K_{\Pi}$  (для вибраного рівня в 40дБ та стандартного 3дБ) за величиною амплітудних спотворень:  $2,5 \leq K_{\Pi} \leq 3$ . Якість системи добра, коли  $2 \leq K_{\Pi} \leq 2,5$  та відмінна при  $1,5 \leq K_{\Pi} \leq 2$ .

**Смуга пропускання** – це частотний діапазон  $\omega_H \leq \omega \leq \omega_B$ , обмежений знизу частотою  $\omega_H(f_H)$  та зверху  $\omega_B(f_B)$ , в межах якого коефіцієнт частотних спотворень  $M(\omega)$  приймає значення, не більші за допустиме  $M_{\text{доп}}$ .

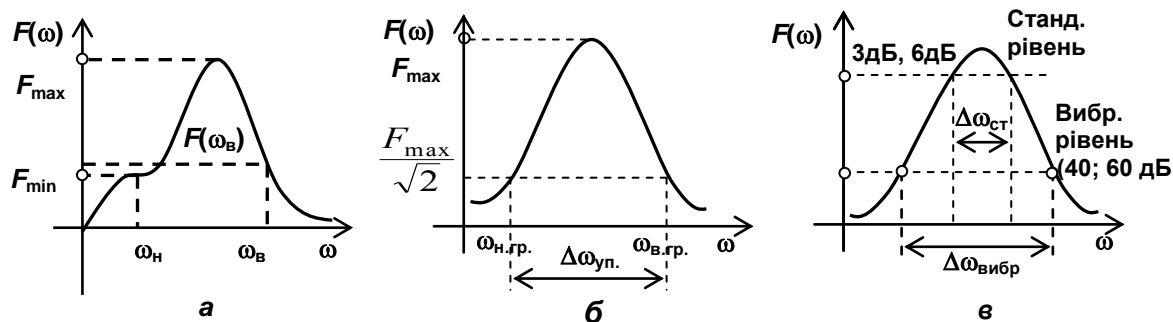


Рисунок 2.9 - До визначення параметрів частотних характеристик

Тоді  $\omega_H$  та  $\omega_B$  можна визначити як частоти, для яких

$$M(\omega_H) = M_{\text{н.доп.}}; \quad M(\omega_B) = M_{\text{в.доп.}}.$$

Смуга пропускання, визначена за рівнями  $M_{\text{н.доп.}} = M_{\text{в.доп.}} = \sqrt{2}$  або 3дБ, називається **умовною смугою пропускання** кола, а частоти  $\omega_H(f_H)$  і  $\omega_B(f_B)$  відповідно нижньою  $\omega_{\text{н.гр.}}$  і **верхньою**  $\omega_{\text{в.гр.}}$  **граничними частотами** умовної смуги пропускання:

$$\Delta\omega_{\text{уп}} = \omega_{\text{в.гр.}} - \omega_{\text{н.гр.}}$$

Оскільки, при зміні АЧХ в  $\sqrt{2}$  рази (по відношенню до максимального значення) її квадрат відповідно зміниться вдвічі, граничні частоти називають **частотами половинної потужності**, бо за означенням АЧХ її квадрат на деякій частоті характеризує відношення потужностей реакції та дії і зветься **коефіцієнтом передачі потужності**:

$$K_p(\omega) = F^2(\omega).$$

За максимальне значення АЧХ приймають: для фільтра НЧ  $F_{\max}=F(0)=F(\omega)|_{\omega=0}$ ; для ФВЧ -  $F_{\max}=F(\infty)=F(\omega)|_{\omega=\infty}$ ; для СФ та ЗФ -  $F_{\max}=\max [F(\omega)]$  в межах смуги пропускання.

**Приклад.** Аналітично визначити граничні частоти для RC-кола 1-го порядку, АЧХ якого

$$F(\omega) = \frac{U_{\text{мвих}}(\omega)}{U_{\text{мвх}}(\omega)} = \frac{\alpha_C}{\sqrt{\omega^2 + \alpha_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{(\omega\tau_C)^2 + 1}}$$

має максимальне значення  $F_{\max}=1$ . Такі частоти є додатними розв'язками рівняння

$$1/\sqrt{(\omega\tau_C)^2 + 1} = 1/\sqrt{2}.$$

Зрозуміло, що це частота  $\omega_{\text{в.гр}} = \alpha_C = 1/\tau_C$ , яка обмежує смугу пропускання зверху, а нижньою граничною частотою розглядуваного кола є частота  $\omega_{\text{н.гр}} = 0$ .

**Приклад.** Комплексна частотна функція кола має вигляд

$$F(j\omega) = \frac{0.056j\omega}{(j\omega)^2 + 0.34j\omega + 1851.85},$$

що відповідає смуговому фільтру, для якого загальна форма КЧФ

$$F(j\omega) = \frac{F_{\max} 2\alpha_p j\omega}{(j\omega)^2 + 2\alpha_p j\omega + \omega_p^2}.$$

АЧХ такого кола (див. рис. 2.9,б) приймає максимальне значення  $F_{\max} = 0.056/(2\alpha_p) = 0.056/0.34 = 0.1647$  на частоті  $\omega_{\max} = \omega_p = 43.033$  рад/мкс, що відповідає середині умовної смуги пропускання з граничними частотами  $\omega_{\text{в.гр}} = 53.6886$  рад/мкс і  $\omega_{\text{н.гр}} = 34.4924$  рад/мкс, які є розв'язком рівняння

$$F(\omega) = \frac{0.056\omega}{\sqrt{(1851.85 - \omega^2)^2 + (0.34\omega)^2}} = \frac{0.1647}{\sqrt{2}}$$

і задовольняють умові центральної симетрії:  $\omega_p^2 = \omega_{в.зр} \omega_{н.зр}$ .

Умовна смуга пропускання

$$\Delta\omega_{yn} = \omega_{в.зр} - \omega_{н.зр} = 53.6886 - 34.4924 = 19.1962 \text{ рад/мкс.}$$

**Оцінювання фазових спотворень.** Якщо для всіх  $\omega$  зсув фаз дорівнює нулю або в межах смуги пропускання ФЧХ є ідеальною (рис. 2.10,а), то спотворень немає. Допустимі значення відхилень реальної ФЧХ від ідеальної складають 3...4°.

При оцінюванні частотних спотворень на основі ФЧХ потрібно виходити з аналогів, визначених на основі характеристики групового часу запізнення (уповільнення), яка знаходиться за формулою:

$$\psi(\omega) = -d\varphi(\omega) / d\omega.$$

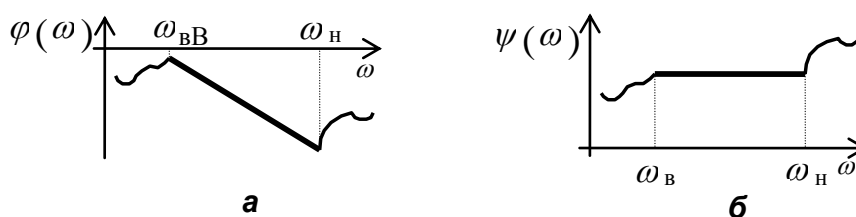


Рисунок 2.10 - Ідеальна ФЧХ (а) та характеристика групового часу запізнення (б).

За означенням ідеальна характеристика групового часу запізнення в межах смуги пропускання є такою, як і ідеальна АЧХ (рис. 2.10,б). Ось чому оцінювання фазових спотворень на основі такої характеристики еквівалентне оцінюванню амплітудних спотворень, виходячи із розглянутих раніше відповідних оціночних параметрів, зокрема коефіцієнта частотних спотворень

$$\tilde{M}(\omega) = \psi_{\max} / \psi(\omega).$$



### 3 ПРИКЛАД АНАЛІЗУ ЧАСТОТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОЛА

#### 3.1 Визначення частотних характеристик загороджувального фільтра

Розглянемо коло на рис. 2.17,а та визначимо його частотні характеристики і вплив на них параметрів деяких елементів кола, ґрунтуючись на комплексній частотній функції у вигляді коефіцієнта передачі напруги  $K_u(j\omega)$ .

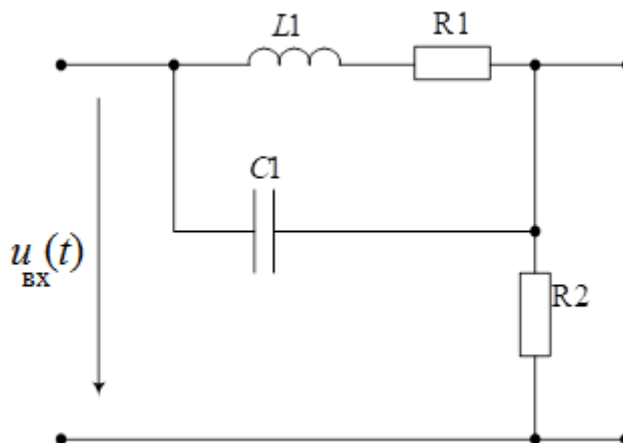


Рисунок 3.1 - Лінійне динамічне коло 2-го порядку

Таблиця 3.1 – Параметри елементів

$R_1$	$R_2$	$C_1$	$L_1$
кОм	кОм	нФ	мГн
1.2	10	0.3	33

Згідно з властивостями розподільовача напруги

$$K_u(j\omega) = \frac{R_2}{Z_{\text{вх}}} = \frac{R_2}{R_2 + (1/j\omega C_1)(j\omega L_1 + R_1) / [(1/j\omega C_1 + j\omega L_1 + R_1)]}.$$

В результаті перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned} K_u(j\omega) &= \frac{R_2 L_1 C_1 (j\omega)^2 + R_2 R_1 C_1 j\omega + R_2}{R_2 L_1 C_1 (j\omega)^2 + (R_1 C_1 + L_1) j\omega + R_2 + R_1} = \\ &= \frac{(j\omega)^2 + (R_1 / L_1) j\omega + (1 / L_1 C_1)}{(j\omega)^2 + ((R_1 C_1 + L_1) / R_2 L_1 C_1) j\omega + (R_2 + R_1) / R_2 L_1 C_1} \end{aligned}$$

Із урахуванням позначень для коефіцієнта загасання та частоти резонансу

$$K_u(j\omega) = \frac{U_{\text{вих}}(j\omega)}{U_{\text{вх}}(j\omega)} = \frac{(j\omega)^2 + (R_1 / L_1)j\omega + 1 / L_1 C_1}{(j\omega)^2 + 2\alpha j\omega + \omega_p^2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot R_2 C_1} + \frac{R_1}{2 \cdot L_1} = \frac{1}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,3 \cdot 10^{-9}} + \frac{1,2 \cdot 10^3}{2 \cdot 33 \cdot 10^{-3}} = 1,8485 \cdot 10^5 \text{ рад/с},$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_2 \cdot L_1 \cdot C_1}} = \sqrt{\frac{1,2 \cdot 10^3 + 10^4}{10^4 \cdot 33 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3 \cdot 10^{-9}}} = 3,3635 \cdot 10^5 \text{ рад/с},$$

Амплітудно – частотну характеристику кола (АЧХ)– це модуль комплексної частотної функції, тому (з урахуванням числових значень параметрів елементів)

$$K_u(\omega) = |K_u(j\omega)| = \sqrt{\frac{(-\omega^2 + 1 / L_1 C_1)^2 + (R_1 / L_1 \cdot \omega)^2}{(-\omega^2 + \omega_p^2)^2 + (2 \cdot \alpha \cdot \omega)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega^2}}.$$

Фазо – частотна характеристика (ФЧХ) даного кола, як аргумент визначеної комплексної частотної функції,

$$\varphi(\omega) = \arg(K_u(j\omega)) = \arg\left(-\omega^2 + \frac{1}{L_1 \cdot C_1} + \frac{R_1}{L_1} j\omega\right) - \arg(-\omega^2 + \omega_p^2 + j\omega 2\alpha);$$

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{\omega R_1 / L_1}{-\omega^2 + 1 / L_1 C_1}\right) - \arctg\left(\frac{2 \cdot \alpha \cdot \omega}{-\omega^2 + \omega_p^2}\right)$$

Підставимо в отриману формулу числові значення параметрів елементів:

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{1,322 \cdot 10^9 \cdot \omega}{1,01 \cdot 10^{11} - \omega^2}\right) - \arctg\left(\frac{1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega}{1,131 \cdot 10^{11} - \omega^2}\right)$$

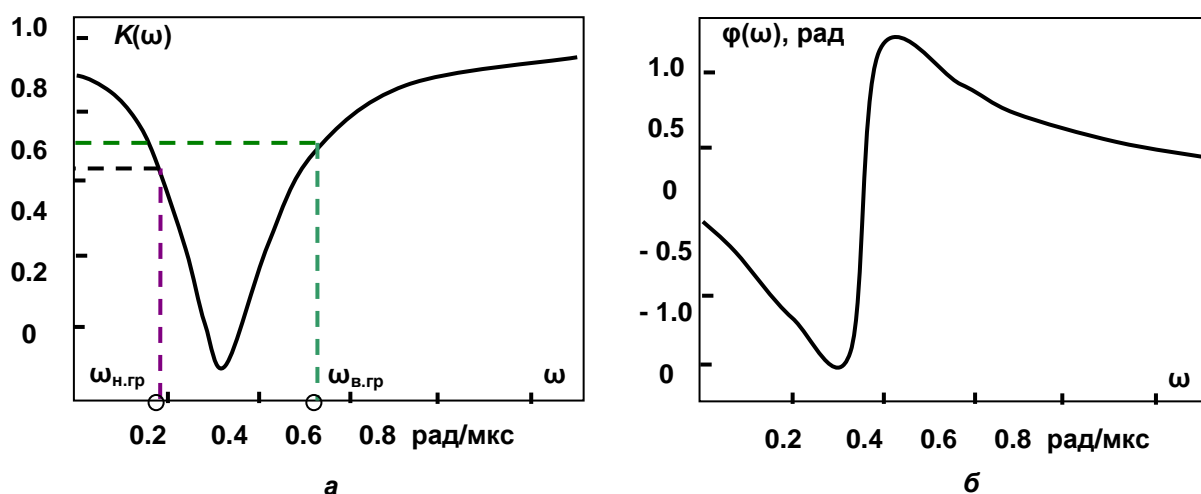


Рисунок 3.2 - Амплітудно- (а) та фазо-частотна (б) характеристики

Характеристику групового часу запізнення  $\psi(\omega)$  отримаємо як похідну по частоті з від'ємним знаком від фазо – частотної характеристики . Графіки АЧХ та ФЧХ на рис. 3.2, а характеристики групового часу запізнення на рис. 3.3,а.

Значення частотних характеристик наведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 Значення АЧХ, ФЧХ та характеристики групового часу запізнення для різних значень частоти

$\omega$	$K_u(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$\psi(\omega)$
рад/с	—	рад	с
0.0000	0.8929	0.0000	$2.9079 \cdot 10^{-6}$

Продовження табл. 3.2

<b><math>5.0000 \cdot 10^4</math></b>	<b>0.8784</b>	<b>-0.1471</b>	<b><math>3.0101 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>1.000010^5</math></b>	<b>0.8314</b>	<b>-0.3043</b>	<b><math>3.3060 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>1.5000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.7407</b>	<b>-0.4797</b>	<b><math>3.7165 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>2.5000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.3755</b>	<b>-0.8378</b>	<b><math>2.0489 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>3.0000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.1368</b>	<b>-0.5844</b>	<b><math>-2.3063 \cdot 10^{-5}</math></b>
<b><math>3.5000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.1925</b>	<b>0.9638</b>	<b><math>-7.8534 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>4.0000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.3917</b>	<b>1.0221</b>	<b><math>1.6248 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>4.5000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.5444</b>	<b>0.9180</b>	<b><math>2.2275 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>5.0000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.6526</b>	<b>0.8120</b>	<b><math>1.9711 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>5.5000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.7287</b>	<b>0.7220</b>	<b><math>1.6324 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>6.0000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.7831</b>	<b>0.6480</b>	<b><math>1.3398 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>6.5000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.8229</b>	<b>0.5870</b>	<b><math>1.1072 \cdot 10^{-6}</math></b>
<b><math>7.0000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.8527</b>	<b>0.5364</b>	<b><math>9.2544 \cdot 10^{-7}</math></b>
<b><math>8.0000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.8934</b>	<b>0.4576</b>	<b><math>6.7021 \cdot 10^{-7}</math></b>
<b><math>9.0000 \cdot 10^5</math></b>	<b>0.9191</b>	<b>0.3993</b>	<b><math>5.0653 \cdot 10^{-7}</math></b>
<b><math>1.0000 \cdot 10^6</math></b>	<b>0.9364</b>	<b>0.3545</b>	<b><math>3.9629 \cdot 10^{-7}</math></b>

Для побудови частотного годографа скористаємося дійсною  $A(\omega)$  і уявною  $B(\omega)$  частинами комплексної частотної функції  $K_u(j\omega)$ .

$$A(\omega) = K_u(\omega) \cdot \cos(\varphi(\omega)); B(\omega) = K_u(\omega) \cdot \sin(\varphi(\omega)),$$

Графічне зображення КЧФ в координатах  $B$  та  $A$  і буде давати частотний годограф (рис. 3.3,б). Числові дані в таблиці 3.3

Таблиця 3.3 Дані для побудови частотного годографа

$\omega$	$K_u(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$A(\omega)$	$B(\omega)$
рад/с	—	рад	—	—
0.0000	0.8929	0.0000	0.8929	0.0000
$1.0000 \cdot 10^5$	0.8314	-0.3043	0.7932	-0.2491
$2.0000 \cdot 10^5$	0.5908	-0.6722	0.4623	-0.3679
$3.0000 \cdot 10^5$	0.1368	-0.5844	0.1141	-0.0755
$4.0000 \cdot 10^5$	0.3917	1.0221	0.2043	0.3342
$5.0000 \cdot 10^5$	0.6526	0.8120	0.4490	0.4736
$6.0000 \cdot 10^5$	0.7831	0.6480	0.6244	0.4727
$7.0000 \cdot 10^5$	0.8527	0.5364	0.7329	0.4358
$8.0000 \cdot 10^5$	0.8934	0.4576	0.8015	0.3947
$9.0000 \cdot 10^5$	0.9191	0.3993	0.8468	0.3573
$1.0000 \cdot 10^6$	0.9364	0.3545	0.8782	0.3251
$\infty$	1	0	1	0

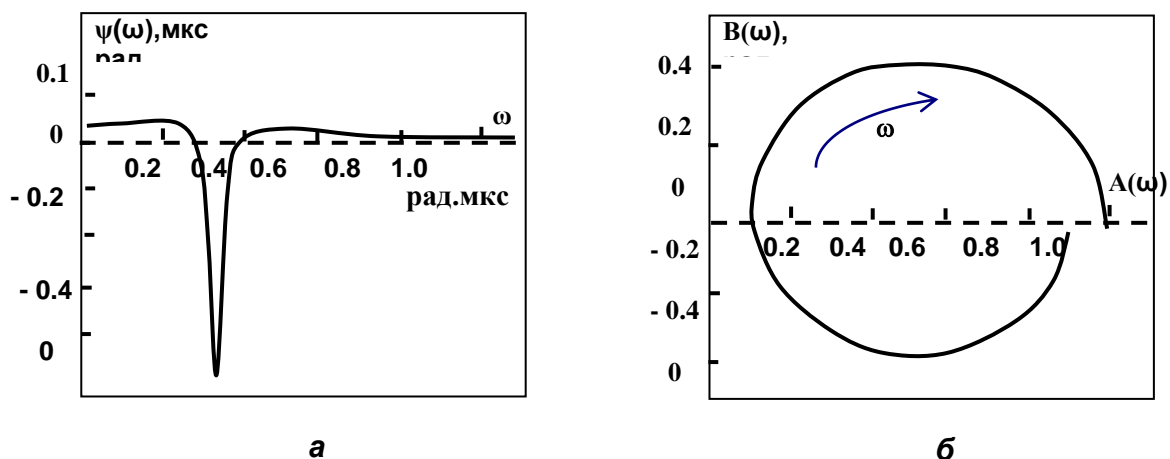


Рисунок 3.3 - Характеристика групового часу запізнення (а)  
та частотний годограф (б)

**Логарифмічні частотні характеристики.** Для аргументу (частоти) логарифмічною одиницею виберемо декаду, а для функцій (логарифмічних характеристик) – децибел.

За визначенням логарифмічної АЧХ, що виражається у децибелах,

$$F_{\text{дБ}}(\omega) = 20 \lg(K_u(\omega)) = 20 \cdot \lg \left( \sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega^2}} \right).$$

Логарифмічна ФЧХ визначається звичайними одиницями для функції і декадами для аргументу.

Характеристика загасання, що виражається в децибелах:

$$a_{\text{дБ}}(\omega) = -20 \lg(K_u(\omega)) = -20 \cdot \lg \left( \sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega^2}} \right)$$

Результати розрахунків у таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 Дані для розрахунку логарифмічних характеристик

$\omega$	$F_{\text{дБ}}(\omega)$	$a_{\text{дБ}}(\omega)$	$\varphi(\omega)$
рад/с	дБ	дБ	рад
1.0000	-0.9844	0.9844	$-2.9079 \cdot 10^{-6}$
$2.0000 \cdot 10^5$	-4.5710	4.5710	-0.6722
$4.0000 \cdot 10^5$	-8.1420	8.1420	1.0221
$6.0000 \cdot 10^5$	-2.1234	2.1234	0.6480
$8.0000 \cdot 10^5$	-0.9794	0.9794	0.4576
$1.0000 \cdot 10^6$	-0.5708	0.5708	0.3545
$1.4000 \cdot 10^6$	-0.2683	0.2683	0.2459
$1.8000 \cdot 10^6$	-0.1569	0.1569	0.1888
$2.2000 \cdot 10^6$	-0.1032	0.1032	0.1535
$2.6000 \cdot 10^6$	-0.0732	0.0732	0.1294
$3.0000 \cdot 10^6$	-0.0546	0.0546	0.1119
$3.4000 \cdot 10^6$	-0.0424	0.0424	0.0986
$3.8000 \cdot 10^6$	-0.0338	0.0338	0.0881
$4.0000 \cdot 10^6$	-0.0305	0.0305	0.0837

Графіки логарифмічної АЧХ та характеристики загасання на рис. 3.3.

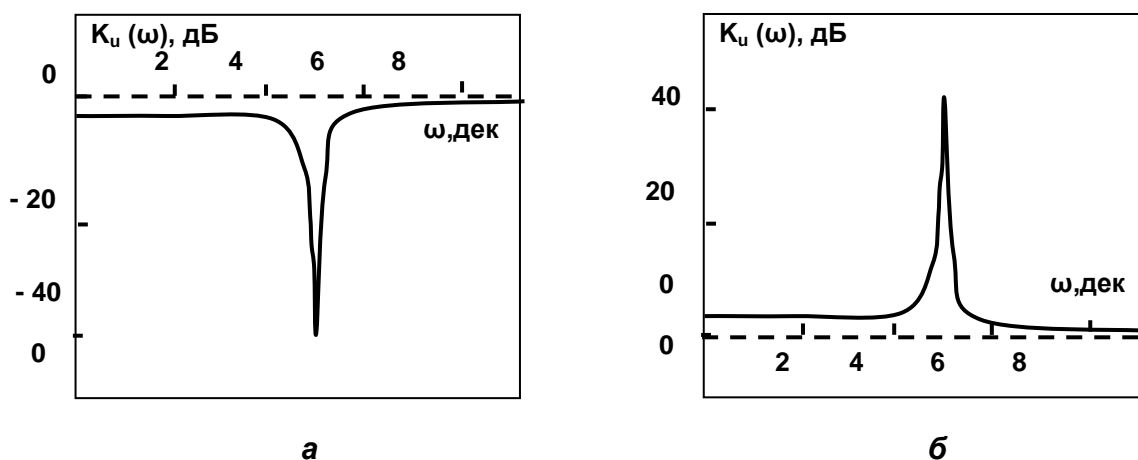


Рисунок 3.3 - Логарифмічна АЧХ (а) та характеристика загасання (б).

Графік логарифмічної ФЧХ збігається зі звичайною ФЧХ.

**Обчислення параметрів частотних характеристик.** Знайдемо граничні частоти умовної смуги пропускання на рівні 3 дБ, а потім значення характеристики групового часу запізнення на цих частотах.

Дане коло є загороджувальним фільтром, тому мова йде про одну смугу затримки і дві смуги пропускання: одна в області нижніх, а друга в області верхніх частот. Для визначення частот, що обмежують вказані частотні діапазони, обчислюємо значення АЧХ на нульовій частоті та частоті, що дорівнює нескінченності:  $K_u(0)=0,8929$ ,  $K_u(\infty)=1$ .

Граничні частоти смуг пропускання є розв'язками рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{0,6929}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega_{в.гр}^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega_{в.гр}^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega_{в.гр}^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega_{в.гр}^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{(1,01 \cdot 10^{11} - \omega_{н.гр}^2)^2 + 1322 \cdot 10^6 \cdot \omega_{н.гр}^2}{(1,131 \cdot 10^{11} - \omega_{н.гр}^2)^2 + 1,366 \cdot 10^{11} \cdot \omega_{н.гр}^2}} \end{cases}.$$

Звідси,  $\omega_{в.гр}=1.885 \cdot 10^5$  рад/с,  $\omega_{н.гр}=5.338 \cdot 10^5$  рад/с.



Таким чином, в області нижніх частот умовною смугою пропускання даного загороджувального фільтра є частотний діапазон  $[0; 1.885 \cdot 10^5]$ , а в області верхніх частот -  $[5.338 \cdot 10^5; \infty)$ .

Граничні частоти можна оцінити і графічним способом. Для цього проведемо на графіку АЧХ дві горизонтальні лінії на рівнях

$$K_{u1} = \frac{K_u(0)}{\sqrt{2}} = \frac{0,8929}{\sqrt{2}} = 0.6313, \quad K_{u2} = \frac{K_u(\infty)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$$

і знайдемо точки перетину цих прямих із графіком АЧХ. Граничні частоти визначаються перетином осі частот та перпендикулярів, проведених із визначених точок (рис. 3.2,а).

Для визначення характеристики групового часу запізнення на рівні 3 дБ необхідно взяти похідну з від'ємним знаком від фазо – частотної характеристики і підставити граничні частоти смуги пропускання.

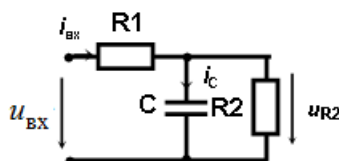


Рисунок 2.5 - RC-коло 1-го порядку

### 3.2 Дослідження залежності частотних характеристик від зміни параметрів елементів кола.

Оцінимо вплив на АЧХ та ФЧХ опорів елементів R1 та R2 кола на рис.  
3.1 Зробимо якісне оцінювання.

Основу якісного аналізу складає схема кола без будь-яких розрахунків. Задане коло можна розглядати як подільник напруги з резистивним елементом R2 і гілкою, що складається з елементів C1, L1, R1 (гілка Г).

Гілка Г за структурою є різновидіом паралельного коливального контуру, опір якого змінюється з частотою від  $R_1$  на нульовій частоті до нуля на

нескінченно великій частоті. На деякій частоті  $\omega_0$  опір контуру є максимальним і носить чисто активний характер. Таке явище має назву резонансу струмів, а відповідна частота - частотою резонансу. Тому на резонансній частоті АЧХ (напруга на R2) мінімальна, а ФЧХ приймає нульове значення.

На нульовій частоті опір індуктивного елемента дорівнює 0, а ємнісного - нескінченності. При цьому опір гілки Г дорівнює  $R_1$  і є чисто активним. ФЧХ дорівнює нулю, а АЧХ визначається відношенням опору  $R_2$  до суми опорів елементів R1 та R2.

На частотах від нуля до  $\omega_0$  опір гілки Г є активно-індуктивним і зі зростанням частоти її повний опір збільшується, а АЧХ зменшується до нуля. ФЧХ, як зсув фаз між напругою на R2 та напругою на вході, визначається початковою фазою вхідного струму. В межах указанного частотного діапазону початкова фаза вхідного струму, а значить і ФЧХ, змінюється в межах від  $-\pi/2$  до 0.

При подальшому збільшенні частоти ємнісний елемент буде мати менший опір, ніж гілка "L1R1", а отже, опір гілки Г буде носити активно-ємнісний характер і зменшуватися з ростом частоти. АЧХ збільшується, а різниця початкових фаз реакції та дії буде знаходитися в межах  $0 \dots \pi/2$ .

**Вплив опору елемента R1.** Опір елемента R1 більше впливає на АЧХ та ФЧХ в області нижніх частот. В області верхніх частот (більше  $\omega_0$ ) визначну роль відіграє ємнісний елемент.

Зменшення опору забезпечує більшу добротність паралельного контуру, підйом АЧХ в області нижніх частот. При нульовому значенні опору резистивного елемента R1 гілка Г перетворюється в ідеальний реактивний паралельний коливальний контур з нескінченним опором на частоті  $\omega_0 = 1/\sqrt{L_1 C_1} > \omega_0$ . АЧХ має явно виражений мінімум, що дорівнює 0 на цій частоті. При  $\omega=0$ , коефіцієнт передачі напруги буде дорівнювати одиниці. Це пояснюється тим, що на нульовій частоті гілка Г шунтується індуктивним елементом, а, отже, вся напруга дії буде виділятися на резистивному елементі R2.

В області верхніх частот зменшення опору елемента R1 веде до пониження АЧХ. При  $\omega = \infty$  АЧХ (коефіцієнт передачі напруги) дорівнює 1, оскільки на цій частоті гілка Г має нульовий повний опір (її шунтує ємнісний елемент), а, отже, вся напруга дії буде виділятися на резистивному елементі R2.

ФЧХ кола при зменшенні опору елемента R1 характеризується збільшенням крутості в області резонансної частоти. При нульовому опорі вона на частоті резонансу стрибкоподібно змінює свій знак. Таким чином на частотах від 0 до  $\omega_0$  задане коло є фільтром нижніх частот із значеннями ФЧХ в межах 0,  $-\pi/2$ . В області верхніх частот - це резистивно-ємнісне коло з властивостями фільтра верхніх частот, для якого ФЧХ приймає значення в межах  $\pi/2$ , 0. Тому ми і отримуємо стрибок ФЧХ.

Збільшення опору елемента R1 спричинює зменшення добротності контуру і впливу індуктивного елемента, а отже суттєвому зменшенню АЧХ в області нижніх частот, зменшенню резонансної частоти і перетворенню кола в систему з властивостями резистивно-ємнісного фільтра верхніх частот. ФЧХ при цьому в області НЧ прямує до  $\pi/2$  набагато швидше, ніж до нуля в області верхніх частот.

**Вплив опору елемента R2.** Резистивний елемент R2 є частотно-незалежним елементом частотно-залежного подільника напруги. Значення його опору визначає рівень вихідного сигналу, активну складову комплексного опору розподілювача і не впливає на частоту резонансу гілки Г. При зменшенні опору елемента R2 при незмінних параметрах елементів контуру напруга на виході на всіх частотах буде адекватно зменшуватися і прямувати до нуля, а АЧХ - до горизонтальної прямої на нульовому рівні.

Таблиця 3.5 Вплив опору елемента R1 на частотні характеристики

$\omega$	$R_1=12 \text{ Ом}$		$R_1=1,2 \cdot 10^3 \text{ Ом}$		$R_1=1,2 \cdot 10^5 \text{ Ом}$	
	$K_{uR1\min}(\omega)$	$\varphi_{R1\min}(\omega)$	$K_u(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$K_{uR1\max}(\omega)$	$\varphi_{R1\max}(\omega)$
рад/с	—	рад	—	рад	—	рад
0.000	0.998	0.000	0.892	0.0000	0.076	0.000
$5.000 \cdot 10^4$	0.984	-0.167	0.878	-0.147	0.156	0.924
$1.000 \cdot 10^5$	0.937	-0.350	0.831	-0.304	0.275	1.029
$2.000 \cdot 10^5$	0.674	-0.828	0.590	-0.672	0.486	0.929
$2.500 \cdot 10^5$	0.418	-1.134	0.375	-0.837	0.569	0.857
$3.000 \cdot 10^5$	0.109	-1.450	0.136	-0.584	0.639	0.788
$3.500 \cdot 10^5$	0.181	1.383	0.192	0.963	0.695	0.725
$4.000 \cdot 10^5$	0.404	1.153	0.391	1.022	0.741	0.668
$5.000 \cdot 10^5$	0.666	0.841	0.652	0.812	0.810	0.573
$6.000 \cdot 10^5$	0.791	0.657	0.783	0.648	0.856	0.498
$7.000 \cdot 10^5$	0.857	0.540	0.852	0.536	0.888	0.439
$8.000 \cdot 10^5$	0.896	0.459	0.893	0.457	0.911	0.392
$9.000 \cdot 10^5$	0.920	0.400	0.919	0.399	0.928	0.353
$1.000 \cdot 10^6$	0.937	0.355	0.936	0.3545	0.940	0.3211

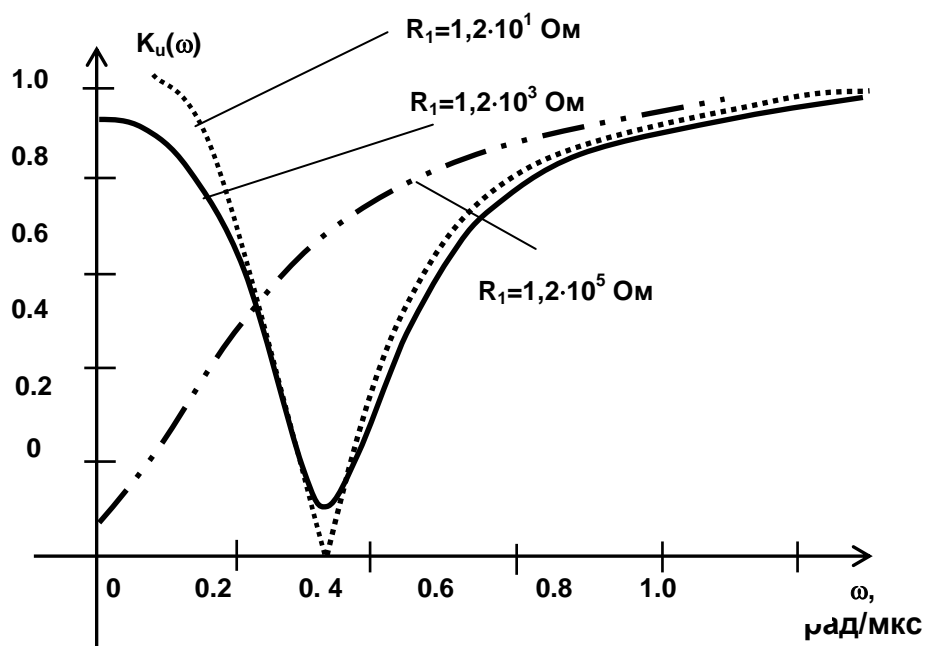


Рисунок 3.4 - Залежність АЧХ від опору елемента  $R_1$

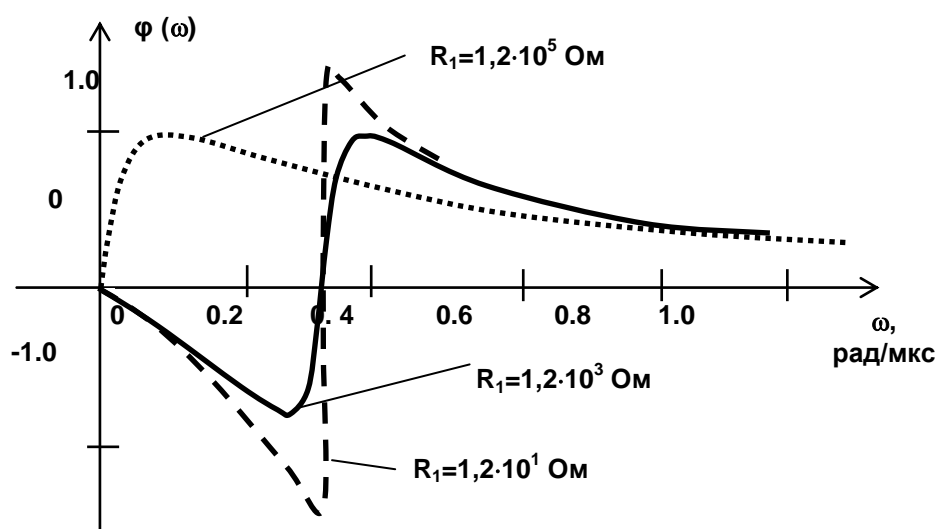


Рисунок 3.5 - Залежність ФЧХ від опору елемента  $R_1$

Різниця початкових фаз реакції і діючого сигналу буде переважно визначатися тільки властивостями гілки Г (контур). Із урахуванням попереднього аналізу впливу на частотні характеристики кола гілки Г в області резонансної частоти крутість ФЧХ буде збільшуватися, в області нижніх та верхніх частот буде спостерігатися підйом ФЧХ відповідно до рівнів  $-\pi/2$  та  $\pi/2$ . Але на нульовій частоті значення ФЧХ залишиться також нульовим, а на нескінченно великій прямуватиме до  $\pi/2$ .

При збільшенні опору резистивного елемента  $R_2$ , що прямує до нескінченності, коло на рис. 3.1 буде мати загальний опір, який визначається цим елементом. Тому більша частина напруги входу буде виділятися на навантаженні, а, отже, АЧХ (коефіцієнт передачі напруги) буде прямувати до прямої паралельної осі частот на рівні 1. Значення ФЧХ з тих же причин прямують до нуля.

Результати якісного аналізу підтверджуються даними розрахунків (кількісного аналізу) згідно формул (3.2) і (3.3) для різних значень опору резистивних елементів  $R_1$  та  $R_2$ . В кожному досліді змінюється опір тільки одного із вказаних елементів у межах від нуля до номінального значення і від номінального значення до нескінченності з кроком не менше одного порядку, а параметри всіх інших беруться номінальними.

Результати кількісних досліджень представлені в табличній (таблиці 3.4 - 3.6) та графічній (рис. 3.4 -3.7) формах.

Таблиця 3.6 Вплив опору R2 на частотні характеристики

$\omega$	$R_2=100 \text{ Ом}$		$R_2=10 \cdot 10^3 \text{ Ом}$		$R_2=10 \cdot 10^5 \text{ Ом}$	
	$K_{uR2\min}(\omega)$	$\varphi_{R2\min}(\omega)$	$K_u(\omega)$	$\varphi(\omega)$	$K_{uR2\max}(\omega)$	$\varphi_{R2\max}(\omega)$
рад/с	—	рад	—	рад	—	рад
0.0000	0.0769	0.000	0.892	0.000	0.9988	0.000
$5.000 \cdot 10^4$	0.0464	-0.886	0.878	-0.147	0.9987	$-1.666 \cdot 10^{-3}$
$1.000 \cdot 10^5$	0.0254	-1.158	0.831	-0.304	0.9985	$-3.598 \cdot 10^{-3}$
$2.000 \cdot 10^5$	$9.043 \cdot 10^{-3}$	-1.263	0.590	-0.672	0.9967	-0.010
$3.000 \cdot 10^5$	$1.536 \cdot 10^{-3}$	-0.668	0.136	-0.584	0.9508	-0.038
$3.500 \cdot 10^5$	$2.127 \cdot 10^{-3}$	1.137	0.192	0.963	0.9799	0.041
$4.000 \cdot 10^5$	$4.534 \cdot 10^{-3}$	1.415	0.391	1.022	0.9965	0.021
$4.500 \cdot 10^5$	$6.827 \cdot 10^{-3}$	1.484	0.544	0.918	0.9987	0.014
$5.000 \cdot 10^5$	$8.977 \cdot 10^{-3}$	1.513	0.652	0.812	0.9994	0.011
$5.500 \cdot 10^5$	0.0110	1.526	0.728	0.722	0.9997	$9.066 \cdot 10^{-3}$
$6.500 \cdot 10^5$	0.0148	1.538	0.822	0.587	0.9999	$6.729 \cdot 10^{-3}$
$7.000 \cdot 10^5$	0.0167	1.540	0.852	0.536	0.9999	$5.992 \cdot 10^{-3}$
$8.000 \cdot 10^5$	0.0202	1.542	0.893	0.457	0.9999	$4.945 \cdot 10^{-3}$
$9.000 \cdot 10^5$	0.0236	1.541	0.919	0.399	1.0000	$4.230 \cdot 10^{-3}$
$1.000 \cdot 10^6$	0.0270	1.539	0.936	0.354	1.0000	$3.707 \cdot 10^{-3}$

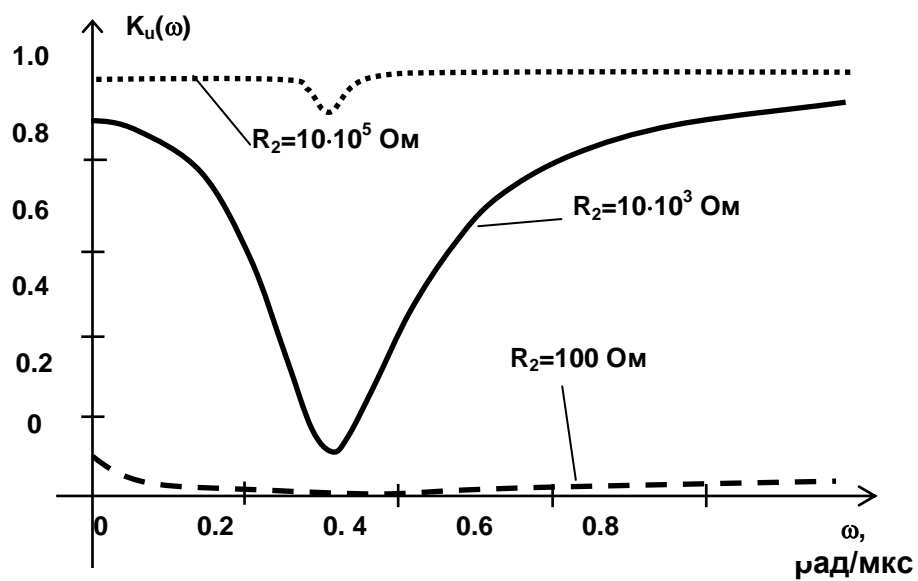


Рисунок 3.6 - Залежність ФЧХ від опору  $R_2$

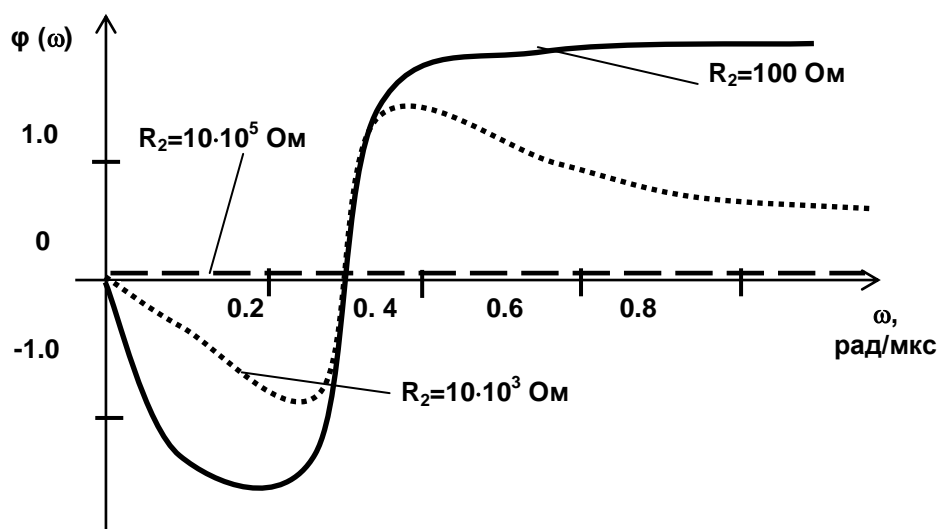


Рисунок 3.7 - Залежність ФЧХ від опору елемента  $R_2$



#### 4 КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що таке комплексно – частотна функція ?
2. Назвіть способи визначення КЧФ.
3. Якими видами частотних характеристик визначаються частотні властивості електричних кіл і систем?
4. Дайте визначення АЧХ і ФЧХ.
5. Як залежать АЧХ і ФЧХ від амплітуд і початкових фаз гармонічних вхідних сигналів.
6. Що таке характеристика групового часу затримки?
7. Що таке частотний годограф?
8. Що таке амплітудна ЛЧХ, яка виражається у неперах або у децибелах?
9. Виведіть співвідношення для переведення неперів у децибели і навпаки при оцінюванні відношень рівнів сигналів.
10. Оцініть характер операцій, які здійснює ЛДК над вхідними сигналами, якщо значення амплітудної ЛЧХ: а) додатне; б) від'ємне; в) дорівнює нулю.
11. Скільки децибел становить коефіцієнт передачі потужності, якщо у звичайних одиницях середня потужність гармонічного вихідного сигналу на певній частоті в десять разів перевищує середню потужність гармонічного вхідного сигналу?
12. Поясніть, чим відрізняється фазова ЛЧХ від звичайної ФЧХ?
13. На скільки децибел послаблюється гармонічний вхідний сигнал із частотою половинної потужності?
14. Що таке гранична частота та умовна смуга пропускання?
15. Запишіть формулу верхньої граничної частоти  $RC$ -кола першого порядку.

16. Чому дорівнює значення ФЧХ електричного кола першого порядку на граничній частоті?
17. Наведіть графіки АЧХ, ФЧХ і АФХ послідовного  $RC$ -кола першого порядку.
18. Що таке асимптотичні ЛЧХ?
19. Чи спотворює коло або система вхідний сигнал, якщо реакція не збігається з ним за формою?
20. Чим відрізняються лінійні та нелінійні спотворення сигналів?
21. Який вигляд має АЧХ і ФЧХ неспотворювального кола?
22. Що таке амплітудні, фазові та амплітудно-фазові спотворення?
23. Поясніть, які кола або системи називають частотними фільтрами або селективними системами?
24. Зобразити АЧХ і ФЧХ ідеальних ФНЧ, ФВЧ, СФ та ЗФ.
25. Як залежить максимальне значення імпульсної характеристики ідеального ФНЧ від ширини його смуги пропускання?
26. Що таке робоча смуга частот?
27. Назвіть основні величини, які використовують для оцінювання амплітудних спотворень.
28. Дайте визначення загальної нерівномірності.
29. Що таке коефіцієнт частотних спотворень?
30. Дайте визначення смуги пропускання, що ґрунтується на коефіцієнті частотних спотворень.
31. Дайте визначення коефіцієнта прямокутності.
32. Яка природа фазових спотворень?
33. Назвіть величини для оцінювання ступеня фазових спотворень.

34. Наведіть графіки ідеальних ФЧХ та ХЗ.

35. Навести графічне зображення частотного годографа, АЧХ, ФЧХ та векторне зображення КЧФ для кіл першого порядку з властивостями ФНЧ та ФВЧ.

36. Чому дорівнює значення ФЧХ на граничній частоті для кола першого порядку з властивостями: а) ФНЧ; б) ФВЧ?

37. Навести векторні подання КЧФ кіл другого порядку з властивостями ФНЧ, ФВЧ, СФ та ЗФ.

38. Яких значень набувають АЧХ і ФЧХ кіл другого порядку на нульовій частоті, граничних частотах і нескінченній з властивостями: а) ФНЧ; б) ФВЧ; в) СФ; г) ЗФ?

39. Чи можна реалізувати властивості СФ і ЗФ колами першого порядку?

40. Наведіть графіки АЧХ, частотного годографа і ФЧХ СФ.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Основи технічної електроніки: У 2 кн. Кн.1. Теорія електронних кіл: Підручник / М.Б. Гумен, А.М. Гуржій, В.М. Співак, Т.Ф. Гумен, М.П. Макаренко - Вища шк., 2007. - 727 с.:іл.
2. Гумен М. Б. та ін. Основи теорії електричних кіл: У 3 кн. Кн. 2. Аналіз лінійних електричних кіл. Частотна область: Підручник / М.Б. Гумен, А. М. Гуржій, В. М. Співак; За ред. М. Б. Гумена. – К.: Вища шк., 2004. – 358 с .: іл.
3. Основи теорії електронних кіл та сигналів у тестах, задачах, та розрахункових завданнях/А.П. Бондарев, Р.Л. Желяк,Б.О. Капустій, Б.А. Мандзій, М.В. Мелень, В.М. Якубенко – Львів: ліга-Прес. 2006. - -121с.
4. ДСТУ 3095: 2015 Інформація та документація. ЗВІТИ У СФЕРІ НАУКИ І ТЕХНІКИ. Структура та правила оформлювання
5. ДСТУ 1.5:2015 Національна стандартизація. Правила розроблення, викладання та оформлення національних нормативних документів
6. Гумен М.Б. та ін. Основи теорії електричних кіл: У 3 кн. Кн. 1. Аналіз лінійних електричних кіл. Часова область: Підручник/ За ред. М.Б. Гумена. - К.: Вища школа, 2003. - 399 с.: іл.

.

**ДОДАТОК А****(довідковий)**

Приклад титульного аркуша

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ****НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ****«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ****імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»****Факультет електроніки****Кафедра звукотехніки та реєстрації інформації****ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ – 2.ЕЛЕКТРИЧНІ СИГНАЛИ****РОЗРАХУНКОВА РОБОТА****«Дослідження частотних властивостей електричних кіл»****Керівник**

---

/ініціали, прізвище/

**Студент гр.ДВ-71**

---

/ініціали, прізвище/

**Результати захисту**

---

---

/підпис, дата/

---

/підпис, дата/

**Київ 2019**

**ДОДАТОК Б****(довідковий)**

Приклад оформлення завдання

**Національний технічний університет України****«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»****Факультет електроніки****Кафедра** \_\_\_\_\_**Дисципліна** \_\_\_\_\_**Спеціальність** \_\_\_\_\_**Курс** \_\_\_\_\_ **Група** \_\_\_\_\_ **Семестр** \_\_\_\_\_**ЗАВДАННЯ****на розрахункову роботу****студенту** \_\_\_\_\_

/ прізвище, ім'я, по батькові /

- 1. Тема роботи** \_\_\_\_\_
- 2. Строк здачі студентом закінченої роботи** \_\_\_\_\_
- 3. Вихідні дані до роботи** \_\_\_\_\_
- 4. Перелік графічного матеріалу** \_\_\_\_\_
- 5. Дата видачі завдання** \_\_\_\_\_

## Продовження Додатку Б

## Календарний план виконання РГР

№ п/п	Назва етапів розрахункової роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітки

Студент \_\_\_\_\_

/підпис/

Керівник \_\_\_\_\_

(підпис)

\_\_\_\_\_

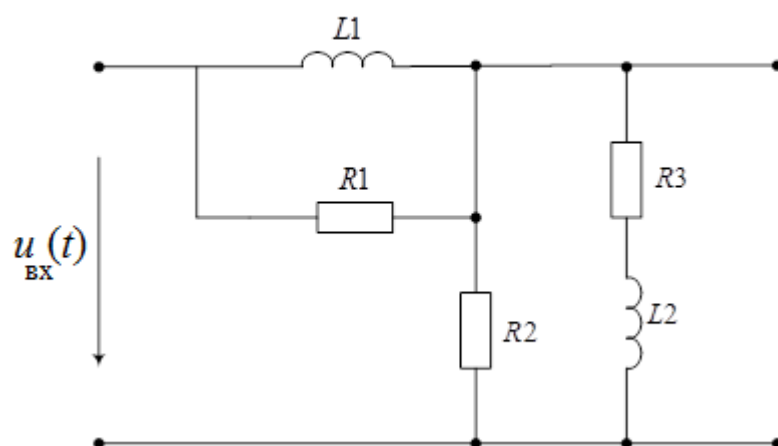
(прізвище, ім'я, по батькові)

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 р.

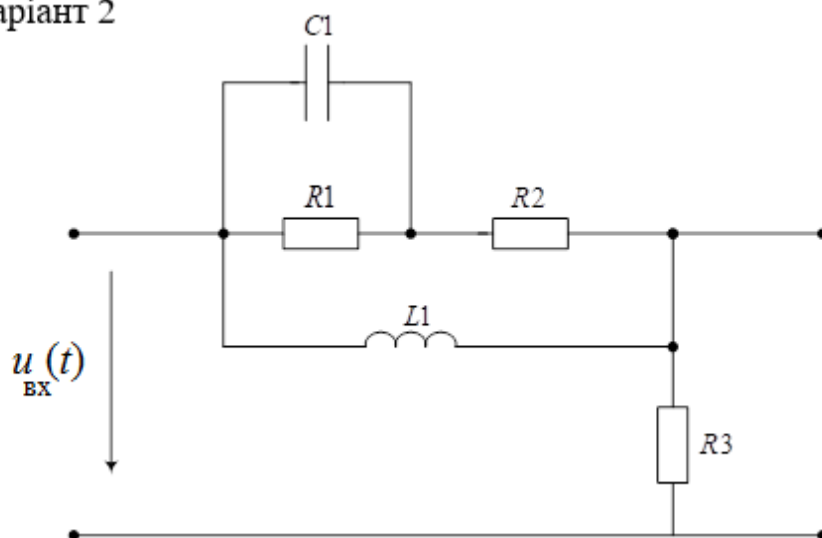
## ДОДАТОК С

## Електричні схеми заданого кола

Варіант 1

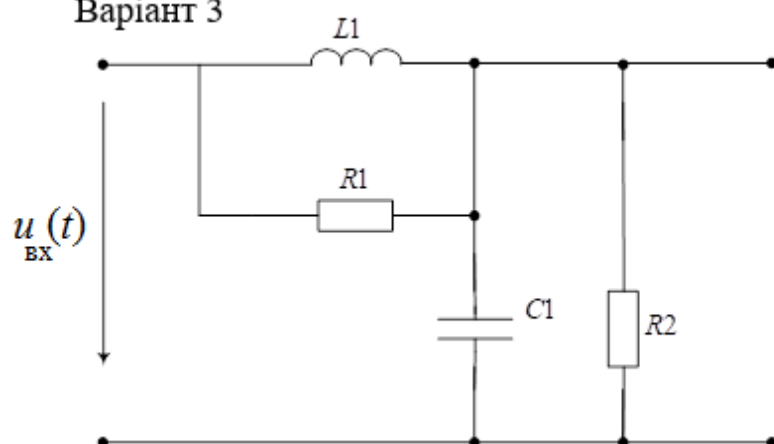


Варіант 2

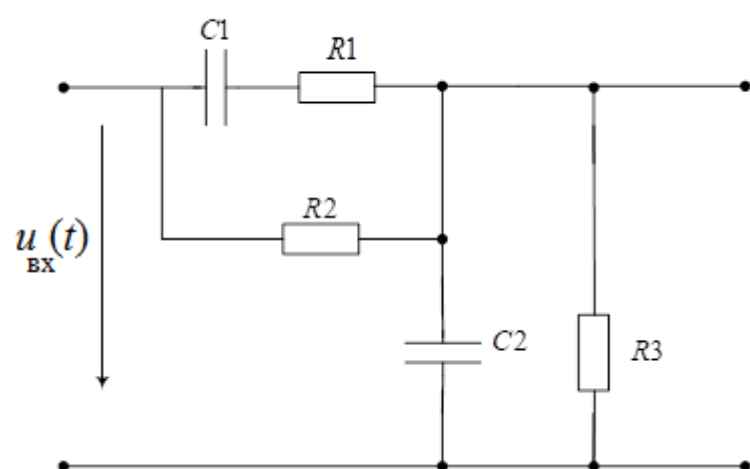




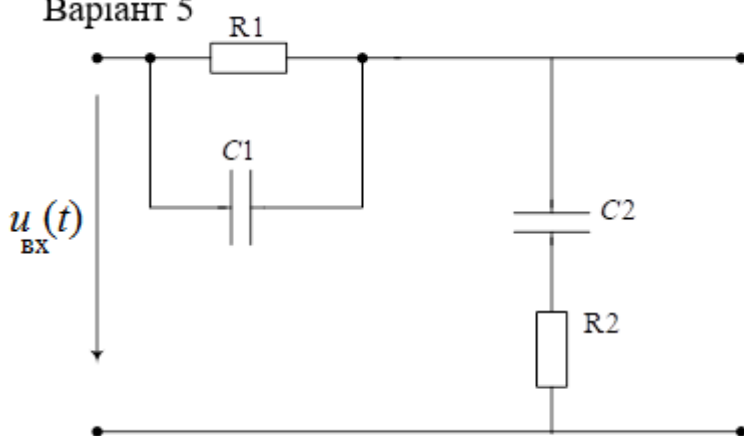
Варіант 3



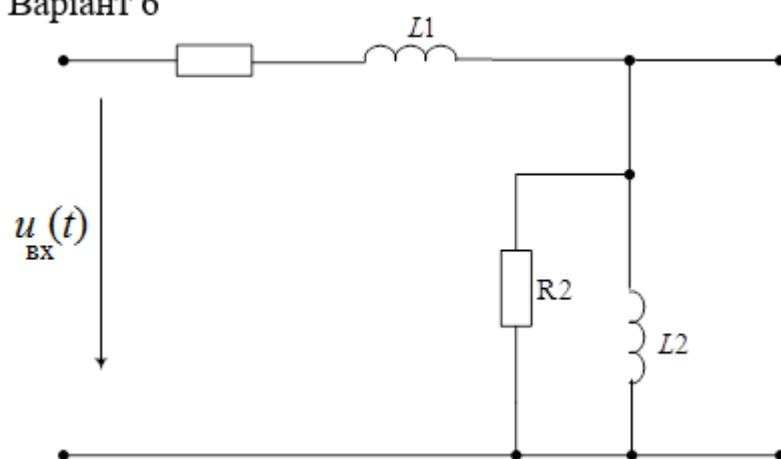
Варіант 4



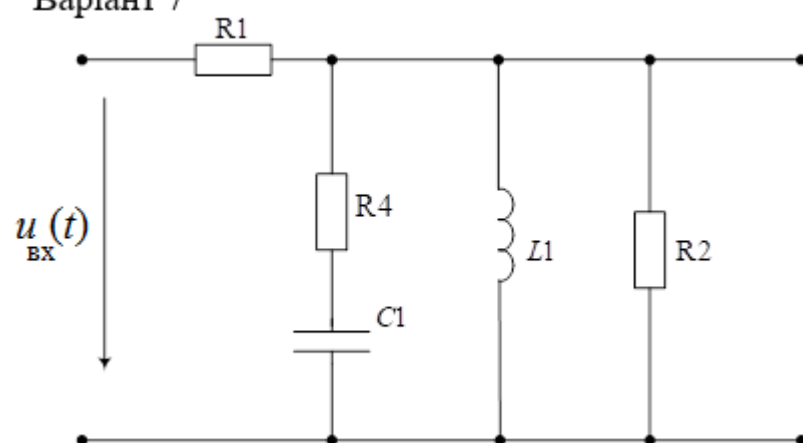
Варіант 5



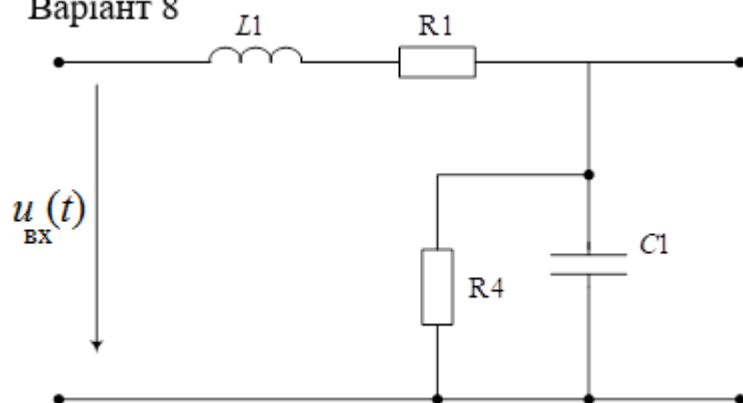
Варіант 6



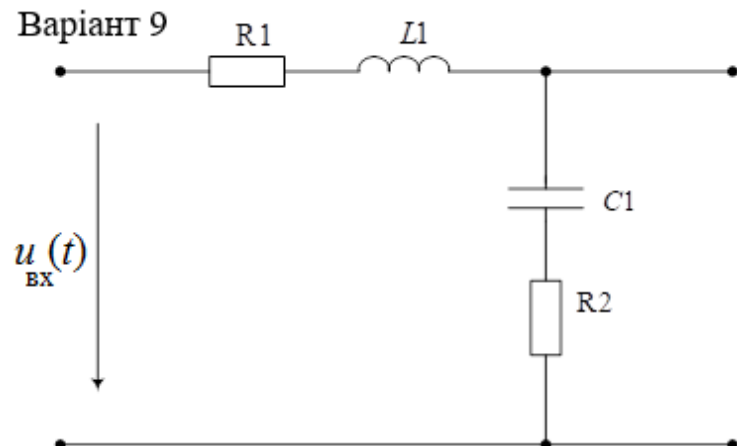
Варіант 7



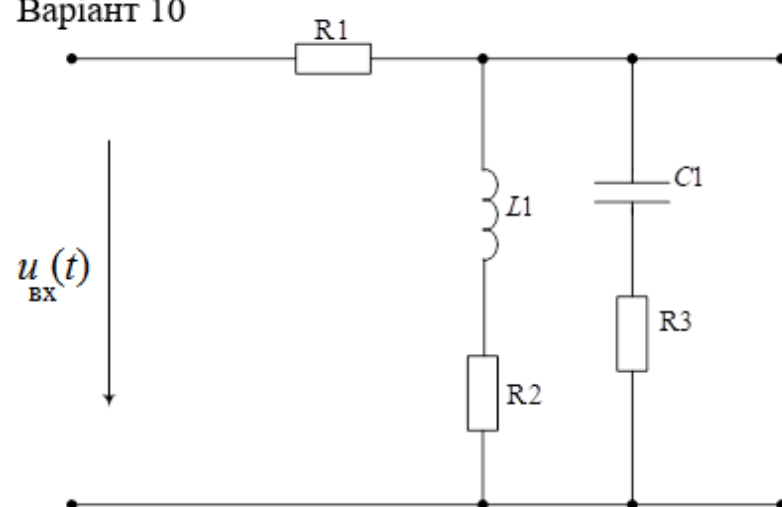
Варіант 8



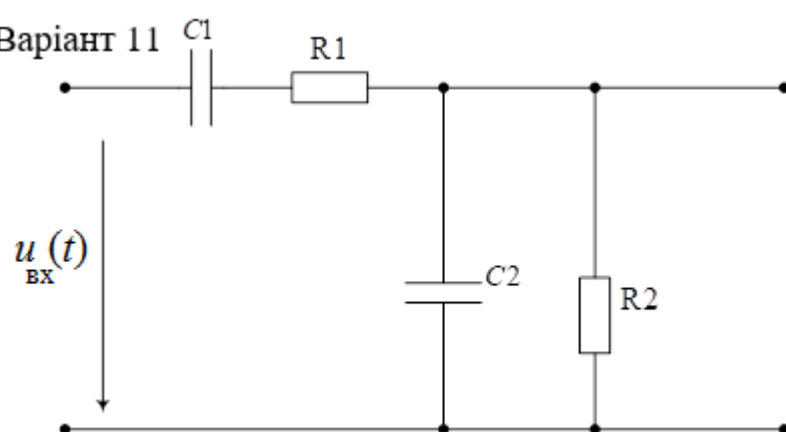
Вариант 9

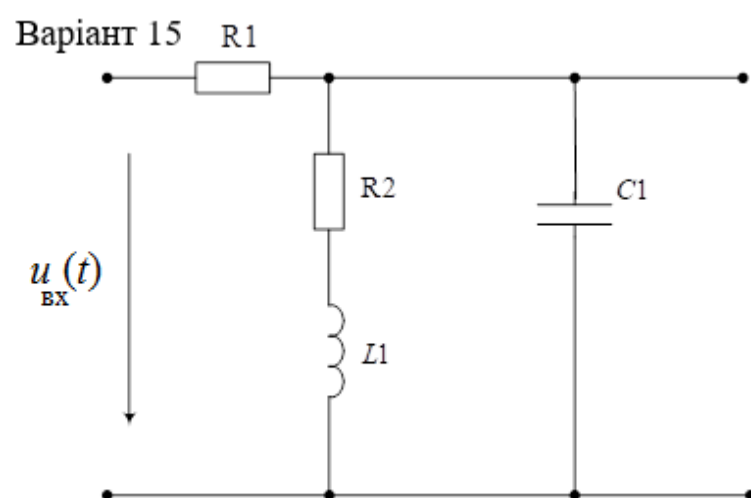
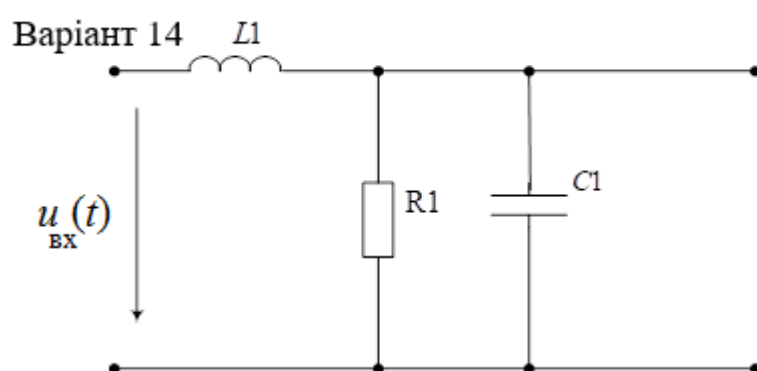
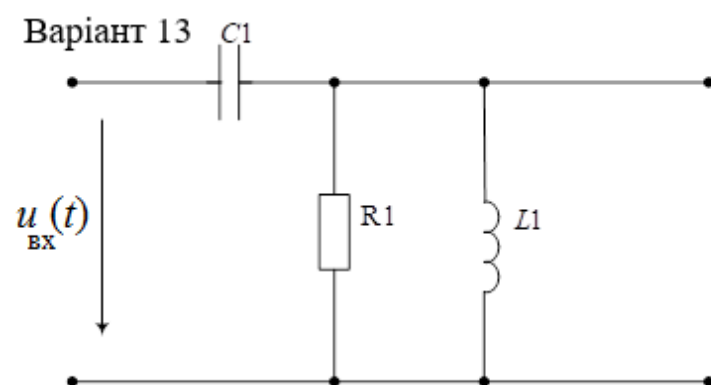
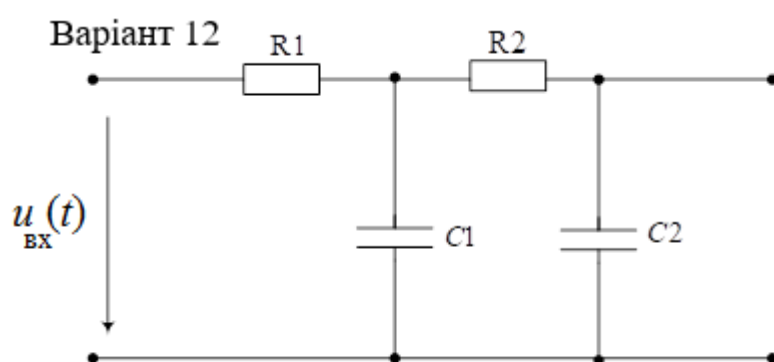


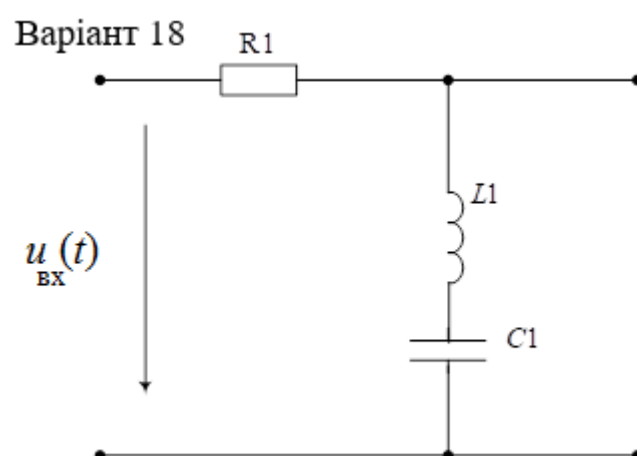
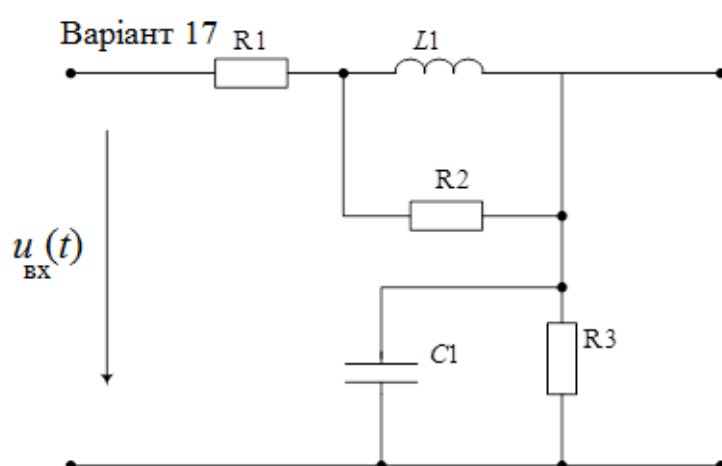
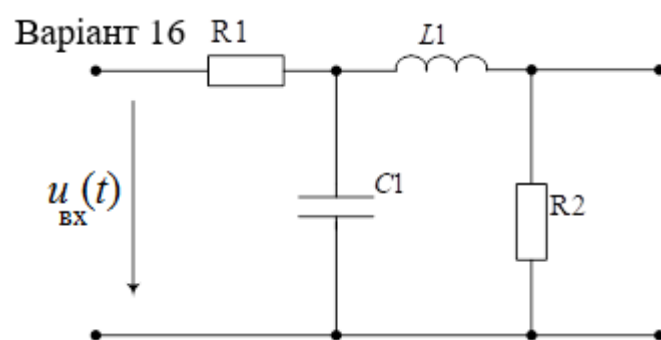
Вариант 10



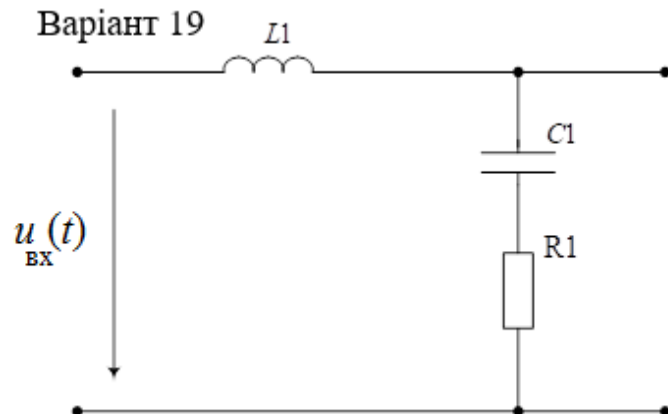
Вариант 11



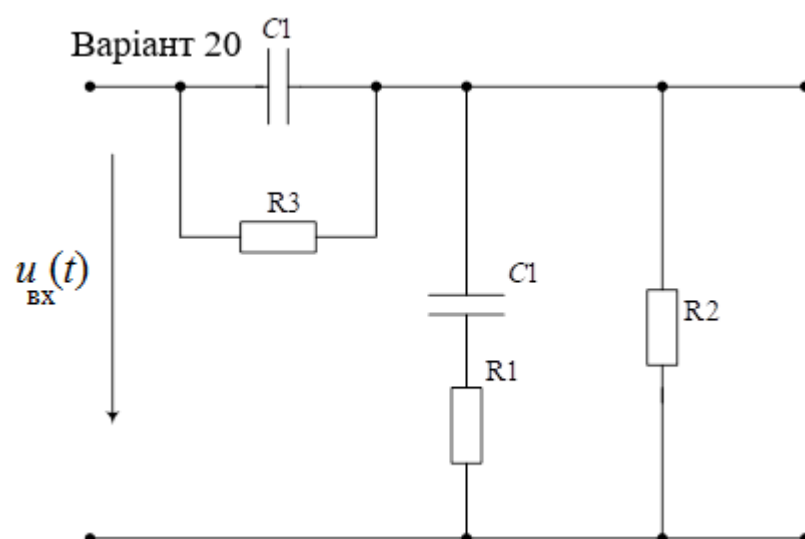




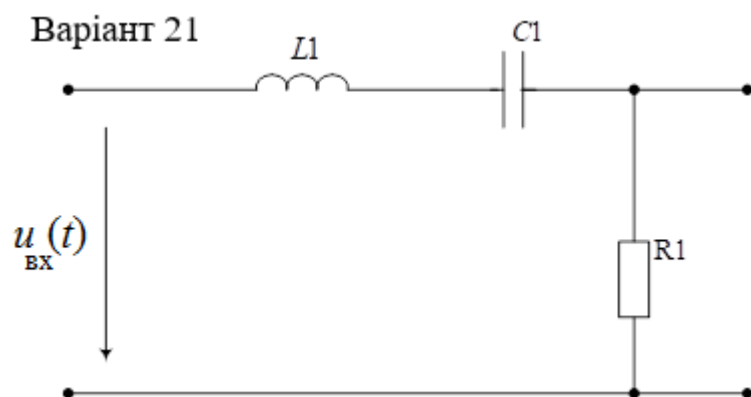
Варіант 19

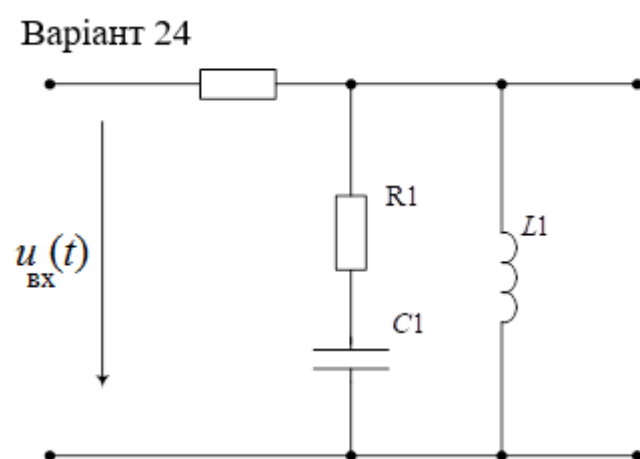
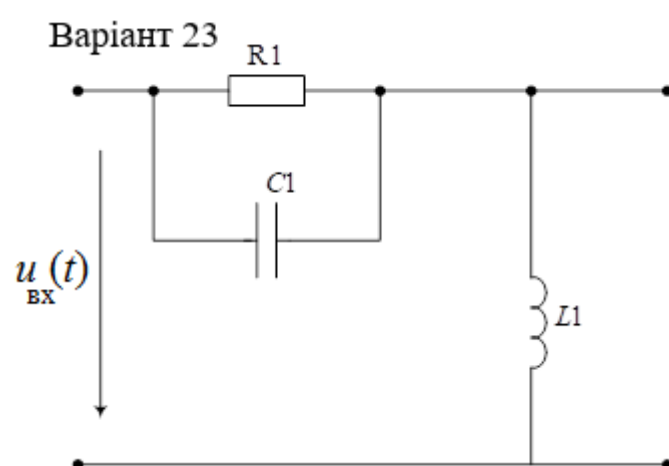
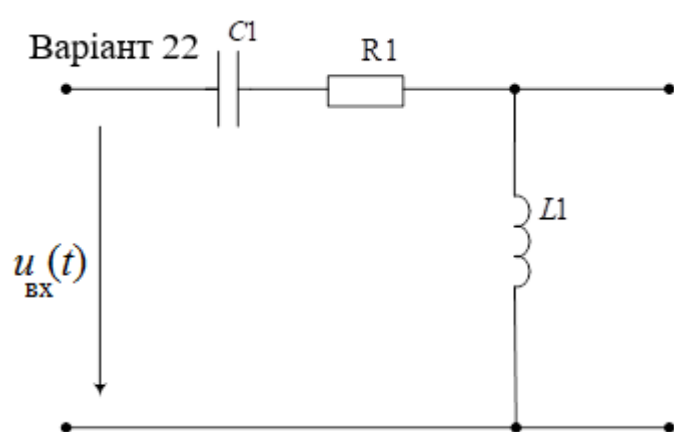


Варіант 20

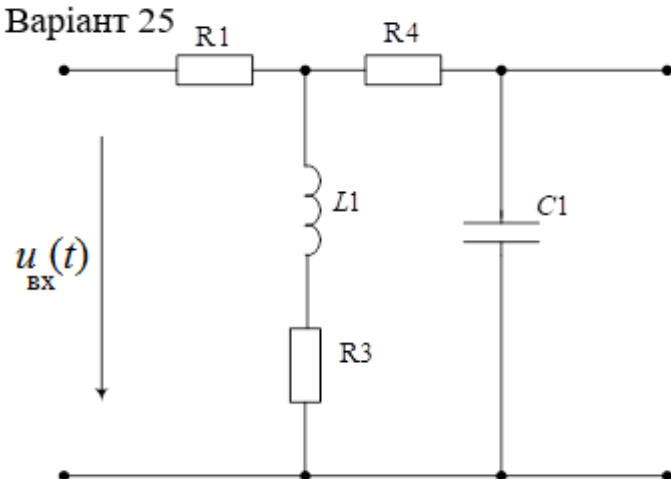


Варіант 21





Варіант 25





## ДОДАТОК Д

## Таблиці параметрів елементів

Таблиця Д 1

R	L	C	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>
Ом	мГн	нФ	кОм	кОм	кОм	кОм	нФ	нФ	мГн	мГн
100	30	10	1.2	10	2	4.3	0.3	150	33	22

Таблиця Д 2

І № Вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Z <sub>Н</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>4</sub>	C <sub>1</sub>	R <sub>4</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>	R <sub>1</sub>
І № Вар.	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
Z <sub>Н</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>	R <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>	

## ДОДАТОК К

Задана КЧФ, вид реакції, елемент зі змінним параметром

Таблиця К1

Варіант	Реакція	КЧФ	Елемент зі змінним параметром
1.	$i_{вух}$	$Y_{пер,}$	R3
2.	$i_{ex}$	$Y_{ex}$	R1
3.	$U_{вух}$	$k_u$	R1
4.	$U_{вух}$	$k_u$	R2
5.	$i_{вух}$	$Y_{пер,}$	R1
6.	$U_{вух}$	$k_u$	R1
7.	$U_{вух}$	$k_u$	R1
8.	$i_{ex}$	$Y_{ex}$	R1
9.	$i_{вух}$	$Y_{пер,}$	R2
10.	$i_{ex}$	$Y_{ex}$	R2
11.	$U_{вух}$	$k_u$	R1
12.	$U_{вух}$	$k_u$	R1
13.	$U_{вух}$	$k_u$	C1
14.	$i_{вух}$	$Y_{пер,}$	L1
15.	$i_{ex}$	$Y_{ex}$	R1
16.	$i_{ex}$	$Y_{ex}$	R1
17.	$U_{вух}$	$k_u$	R2
18.	$i_{ex}$	$Y_{ex}$	R1
19.	$U_{вух}$	$k_u$	R1

продовження табл. К1

20.	$i_{вux}$	$Y_{nep,}$	R1
21.	$i_{вux}$	$Y_{nep,}$	L1
22.	$U_{вux}$	$k_u$	R1
23.	$U_{вux}$	$k_u$	R1
24.	$i_{ex}$	$Y_{ex}$	R2
25.	$i_{ex}$	$Y_{ex}$	R3

## **ДОДАТОК Ж**

### **ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ РР**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ**

**«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ**

**імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Факультет електроніки**

**Кафедра звукотехніки та реєстрації інформації**

**ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ – 2.ЕЛЕКТРИЧНІ СИГНАЛИ**

**РОЗРАХУНКОВА РОБОТА**

**«Дослідження частотних властивостей електричних кіл»**

**Керівник**

П.І. Шевченко

/ініціали, прізвище/

**Студент гр.ДВ-71**

О.І.Вакаренко

/ініціали, прізвище/

**Результати захисту**

95 (відмінно)

\_\_\_\_\_  
/підпис, дата/

\_\_\_\_\_  
/підпис, дата/

**Київ 2019**

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

**Факультет електроніки**

**Кафедра** Звукотехніки та реєстрації інформації

**Дисципліна** Теорія електричних кіл -2. Електричні сигнали

**Спеціальність** 171 « Електроніка»

**Курс** 2 **Група** ДВ – 71 **Семестр** 4

**ЗАВДАННЯ**  
**на розрахункова роботу**

**студенту** Вакаренку Олегу Івановичу

/ прізвище, ім'я, по батькові /

- 1. Тема роботи** Дослідження частотних властивостей електричних кіл
- 2. Строк здачі студентом закінченої роботи** 12.05.2019р
- 3. Вихідні дані до роботи** КЧФ –  $Y_{вх.}(j\omega)$ ,  $R1 - 1\text{кОм}$ ,  $L1 - 22\text{мГн}$ ,  $C1 - 0.1\text{нФ}$
- 4. Дата видачі завдання** 12.02.2019р.

**Київ 2019**

### Календарний план виконання РГР

№ п/п	Назва етапів розрахункової роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітки
1	Одержання завдання	12.02.2019р.	
2	Опрацювання теоретичного матеріалу	26.02.2019р.	
3	Визначення частотних характеристик електричного кола	12.03.2019р.	
4	Знаходження АЧХ, ФЧХФЧХ, ХГЧЗ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, характеристики затухання.	26.03.2019р.	
5	Побудова частотного годографа	09.04.2019р.	
6	Знаходження граничних частот смуги пропускання на рівні 3 дБ	23.04.2019р.	
7	Дослідження зміни АЧХ и ФЧХ від зміни параметрів елементів С1 та R1	07.05.2019р.	
8	Визначення впливу елемента дослідження С1 на частотні характеристики кола	12.03.2019р.	
9	Визначення впливу елемента навантаження R1 на частотні характеристики кола	26.03.2019р.	
10	Оформлення РР	23.04.2019р.	
11	Захист РР	07.05. 2019р.	

Студент \_\_\_\_\_  
/підпис/

Керівник \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
(підпис)

Шевченко Петро Іванович

(прізвище, ім'я, по батькові)

« 12 » ЛЮТОГО 2019 р.



## ЗМІСТ

Вступ	66
1 Визначення частотних характеристик електричного кола	67
1.1 Знаходження АЧХ, ФЧХ, ХГЧЗ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, характеристики затухання.	67
1.2 Побудова частотного годографа	75
1.3 Знаходження граничних частот смуги пропускання на рівні 3 дБ	77
2 Дослідження зміни АЧХ и ФЧХ від зміни параметрів елементів С1 та R1	80
2.1 Визначення впливу елемента дослідження С1 на частотні характеристики кола	80
2.2 Визначення впливу елемента навантаження R1 на частотні характеристики кола	84
Висновки	88
Перелік джерел посилання	89
Додаток А Завдання на РР	90

## ВСТУП

Частотні характеристики електричних кіл і систем являються фундаментальними при проектуванні і експлуатації технічних систем. Вимоги до частотних характеристик інформаційних систем обумовлені як, енергетичними властивостями електричних сигналів так і особливостями побудови інформаційних систем. Енергія електричного сигналу зосереджена в межах певного частотного діапазону, тому технічна система, яка оброблює відповідний сигнал повинна мати потрібні частотні властивості в заданих частотних діапазонах.

Мета даної роботи є знаходження комплексно-частотної функції електричного кола і визначення на її основі частотних характеристик, граничних частот, смуги пропускання та дослідження характеру зміни основних частотних характеристик в залежності від зміни параметрів елементів електричного кола якісним та кількісним аналізами процесів ньому.

Для наглядності та зручності результати обчислень представляються в табличній та графічній формах.

# 1 ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОТИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА

## 1.1 Знаходження АЧХ, ФЧХ, ХГЧЗ, АФХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, характеристики затухання.

Знайдемо комплексно - частотну функцію через системну операторну функцію кола. Оскільки вхідна дія – напруга, а реакція – вхідний струм, то операторну функцію будемо шукати у вигляді:

$$F(p) = \frac{I_{\text{вх}}}{U_{\text{вх}}} = Y_{\text{вх}}(p)$$

Для знаходження цієї операторної функції даного кола представимо операторну схему заміщення за нульових початкових умов:

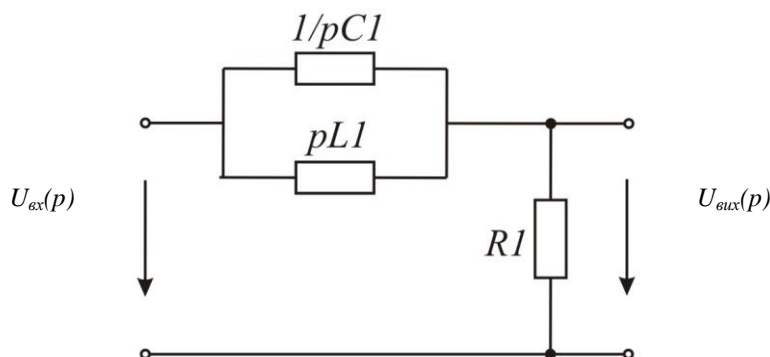


Рисунок 1.1 - Операторна схема заміщення за нульових початкових умов

Операторну функцію (вхідну провідність) обчислимо як обернену величину до повного операторного опору кола:

$$Y_{\text{вх}}(p) = \frac{1}{Z_{\text{вх}}(p)}$$

$$Z_{\text{ex}}(p) = \frac{pL_1 \times \frac{1}{pC_1}}{pL_1 + \frac{1}{pC_1}} + R_1 = \frac{pL_1 + R_1 p^2 L_1 C_1 + R_1}{p^2 L_1 C_1 + 1}$$

$$F(p) = \frac{\frac{p^2}{R_1} + \frac{1}{R_1 L_1 C_1}}{p^2 + \frac{p}{R_1 C_1} + \frac{1}{L_1 C_1}}$$

Комплексно-частотну функцію кола можна отримати з операторної функції заміною оператора  $p$  на  $j\omega$ :

$$Y_{\text{ex}}(j\omega) = Y_{\text{ex}}(p) \Big|_{p=j\omega}$$

Отже, отримаємо КЧФ наступного вигляду:

$$Y_{\text{ex}}(j\omega) = \frac{\frac{(j\omega)^2}{R_1} + \frac{1}{L_1 R_1 C_1}}{(j\omega)^2 + \frac{(j\omega)}{R_1 C_1} + \frac{1}{L_1 C_1}} = \frac{1}{R_1} \times \frac{\frac{1}{L_1 C_1} - \omega^2}{\frac{1}{L_1 C_1} - \omega^2 + \frac{j\omega}{R_1 C_1}} = \frac{1}{R_1} \times \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_p^2 - \omega^2 + 2\alpha(j\omega)}$$

$$\alpha = \frac{1}{2R_1 C_1} = \frac{1}{2 \times 10^3 \times 0,1 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^6 \text{ Гц}$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}} = \sqrt{\frac{1}{22 \times 10^{-3} \times 0,1 \times 10^{-9}}} = \sqrt{\frac{1}{2,2}} \times 10^6 = 6,742 \times 10^5 \text{ Гц}$$

На основі знайденою КЧФ розрахуємо частотні характеристики кола.

Амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) знайдемо як модуль КЧФ, тобто відношення модуля дії до модуля реакції:

$$Y_{\text{ex}}(\omega) = |Y_{\text{ex}}(j\omega)| = \frac{1}{R_1} \times \frac{|\omega_p^2 - \omega^2|}{\sqrt{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + (2\alpha\omega)^2}}$$

АЧХ характеризує відношення амплітуд сигналів на вході та на виході.

Фазо-частотну характеристику (ФЧХ) знайдемо як аргумент КЧФ, тобто різницю аргументу дії та аргументу реакції:

$$\varphi(\omega) = \arg(Y_{\text{ex}}(j\omega)) = \text{arctg}\left(\frac{2\alpha\omega}{\omega_p^2 - \omega^2}\right)$$

Фазо-частотна характеристика визначає зсув фаз між сигналами на вході і виході.

Характеристика групового часу запізнення характеризує час, на який реакція відстає від дії.

$$\begin{aligned} \psi(\omega) &= \frac{-d\varphi(\omega)}{d\omega} = -\left(\frac{2\alpha\omega}{\omega_p^2 - \omega^2}\right)' \times \frac{1}{1 + \left(\frac{2\alpha\omega}{\omega_p^2 - \omega^2}\right)^2} = \\ &= -\frac{2\alpha(\omega_p^2 - \omega^2) + 4\alpha\omega^2}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2} \times \frac{(\omega_p^2 - \omega^2)^2}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + (2\alpha\omega)^2} = -\frac{2\alpha(\omega_p^2 + \omega^2)}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + (2\alpha\omega)^2} \end{aligned}$$

Для отриманих частотних характеристик кола наведемо таблиці значень та на їх основі побудуємо графіки:

Таблиця 1.1 – Значення АЧХ, ФЧХ, ХГЧЗ

$\omega, 10^5 \text{ рад/с}$	$Y_{\text{ex}}(\omega), 10^{-4} \text{ См}$	$\varphi(\omega), \text{ рад}$	$\psi(\omega), 10^7 \text{ с}$
0	10	0	-220
2	2.03	1.366	-11.85
4	0.7344	1.497	-3.82
6	0.1576	1.555	-2.262

продовження табл. 1.1

8	0.2318	-1.548	-1.709
10	0.5446	-1.516	-1.45
12	0.8185	-1.489	-1.307
14	1.069	-1.464	-1.218
16	1.305	-1.44	-1.158
18	1.529	-1.417	-1.114
20	1.746	-1.395	-1.08

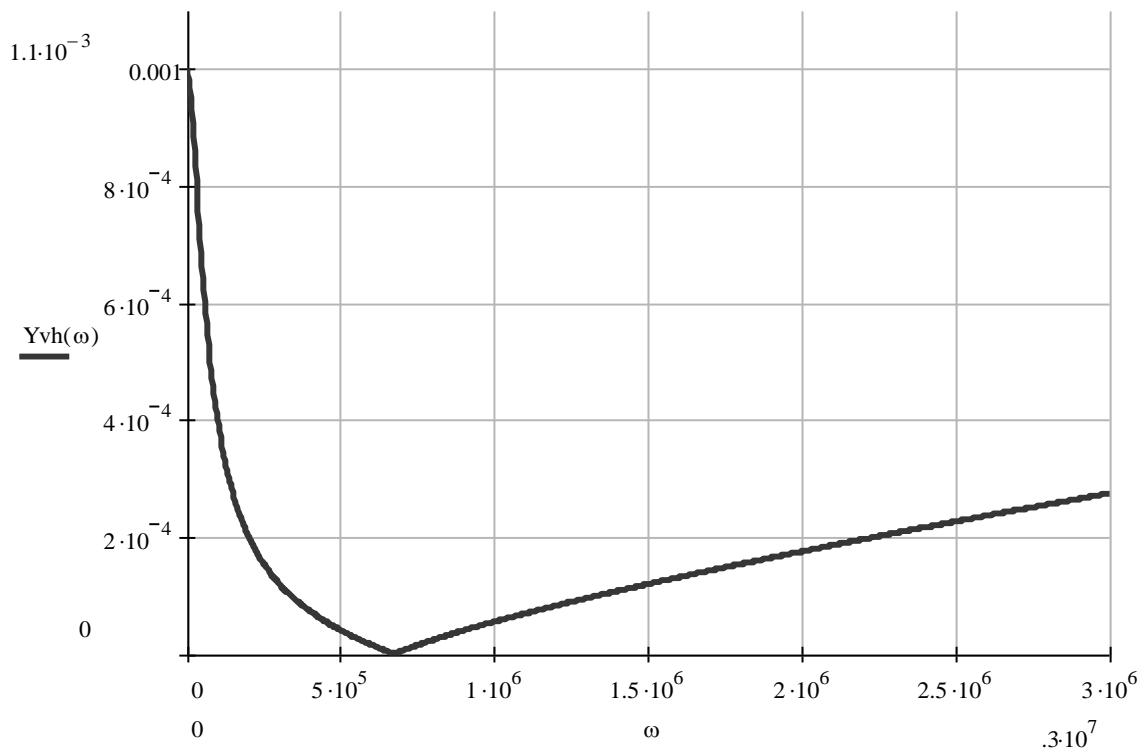


Рисунок 1.2 – Графік амплітудно-частотної характеристики

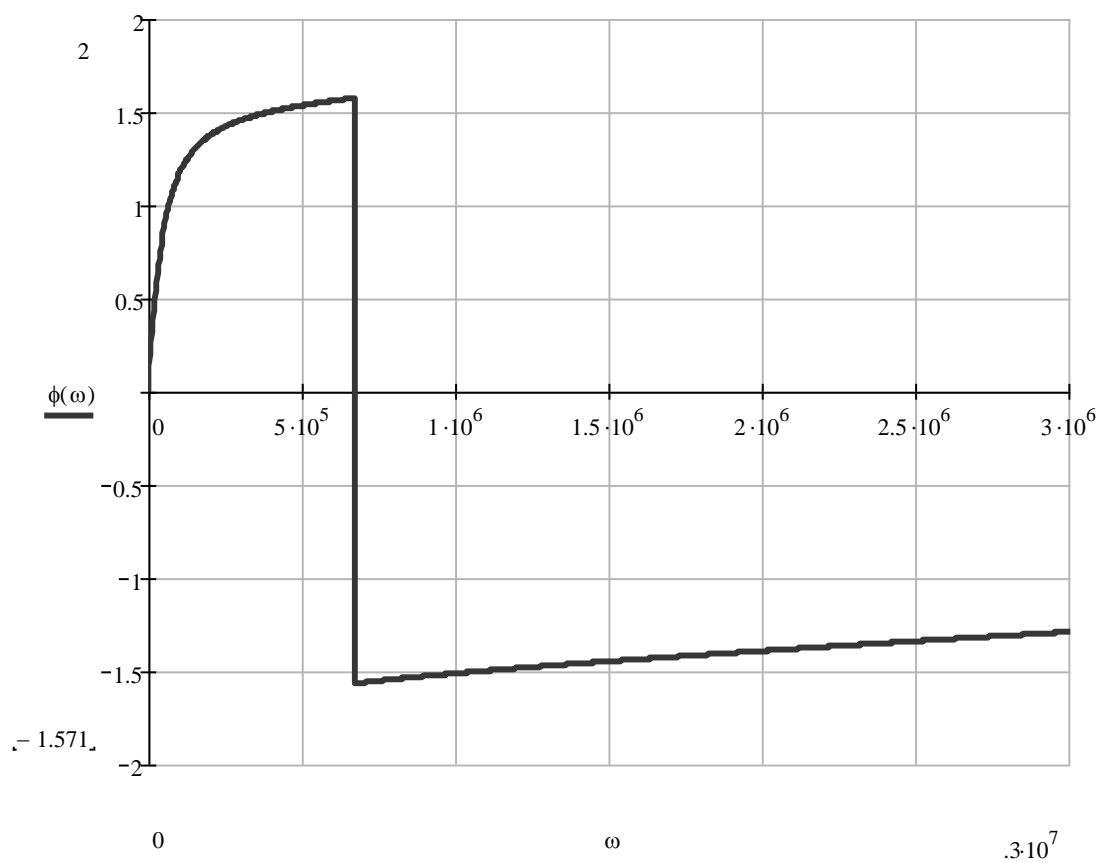


Рисунок 1.3 – Графік фазо-частотної характеристики

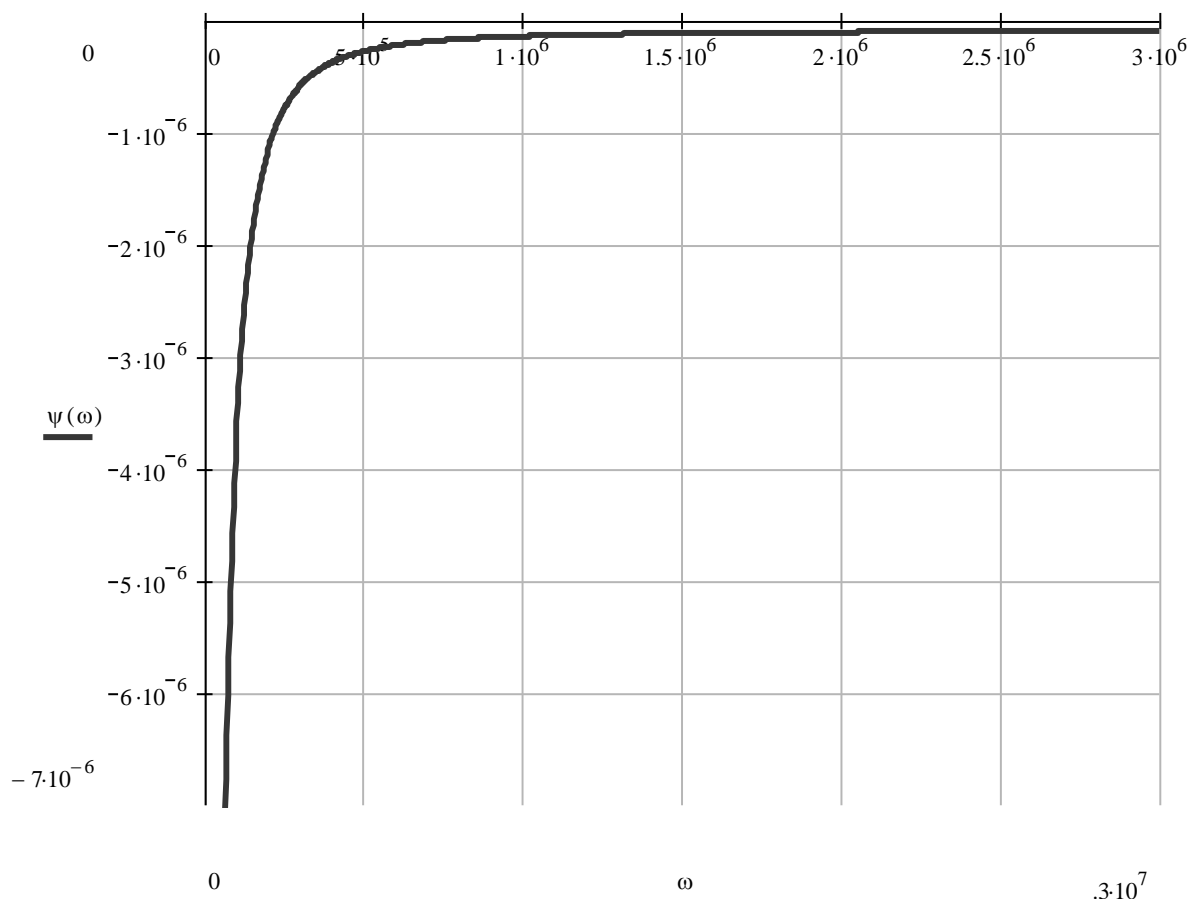


Рисунок 1.4 – Графік характеристики групового часу запізнення

Тепер визначимо логарифмічні частотні характеристики кола, що вимірюються у децибелах. Логарифмічна АЧХ та характеристика згасання (ХЗ) в такому випадку обчислюються за наступними формулами:

$$F_{\text{дб}}(\omega) = 20 \lg(Y_{\text{ex}}(\omega))$$

$$a_{\text{дб}}(\omega) = -F_{\text{дб}}(\omega) = -20 \lg(Y_{\text{ex}}(\omega))$$

Логарифмічна ФЧХ відрізняється від звичайної лише одиницями вимірювання аргументу. Це логарифмічні одиниці – декади. Графік ЛФЧХ збігається з наведеним вище графіком ЛФЧХ, отже наводити його немає сенсу.

Складемо таблиці значень для Логарифмічної АЧХ та ХЗ та на їх основі побудуємо графіки цих характеристик:



Таблиця 1.2 – Значення логарифмічних частотних характеристик

$\omega, 10^5 \text{ рад/с}$	$F_{\text{дБ}}(\omega)$	$a_{\text{дБ}}(\omega)$
0	-60	60
2	-73.852	73.852
4	-82.682	82.682
6	-96.051	96.051
8	-92.699	92.699
10	-85.278	85.278
12	-81.74	81.74
14	-79.419	79.419
16	-77.69	77.69
18	-76.31	76.31
20	-75.162	75.162

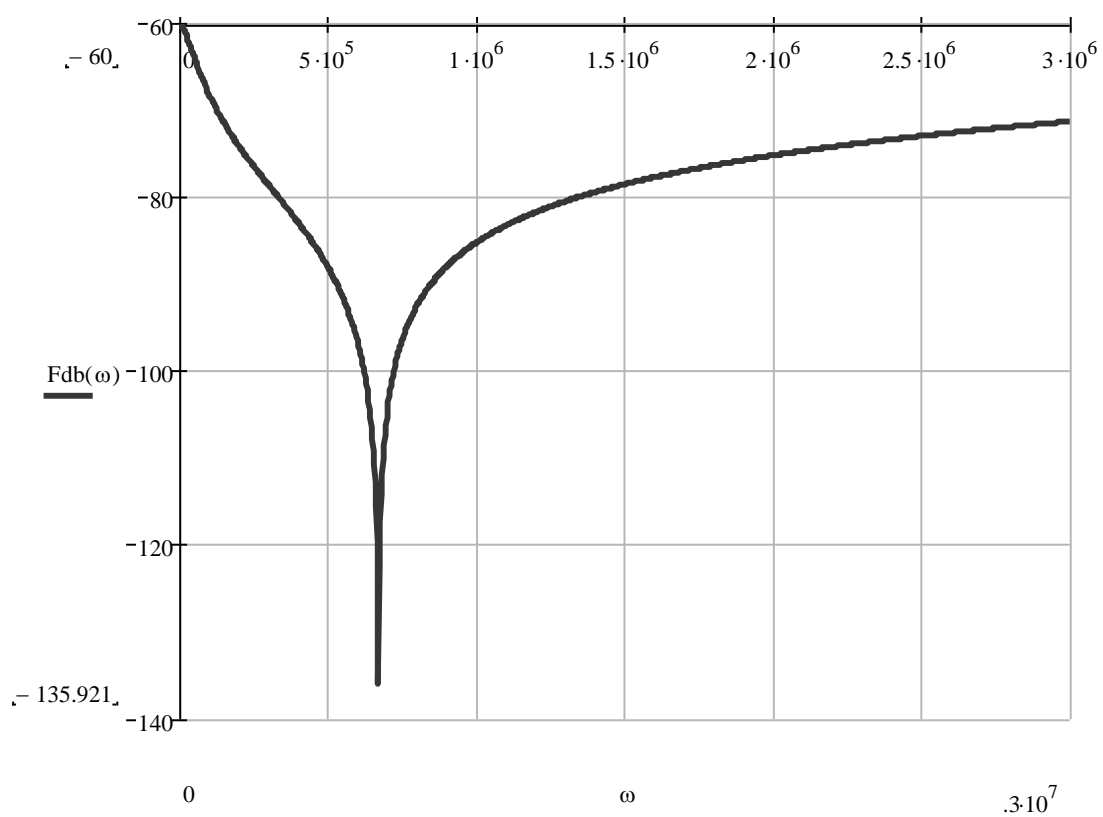


Рисунок 1.5 - Графік логарифмічної АЧХ

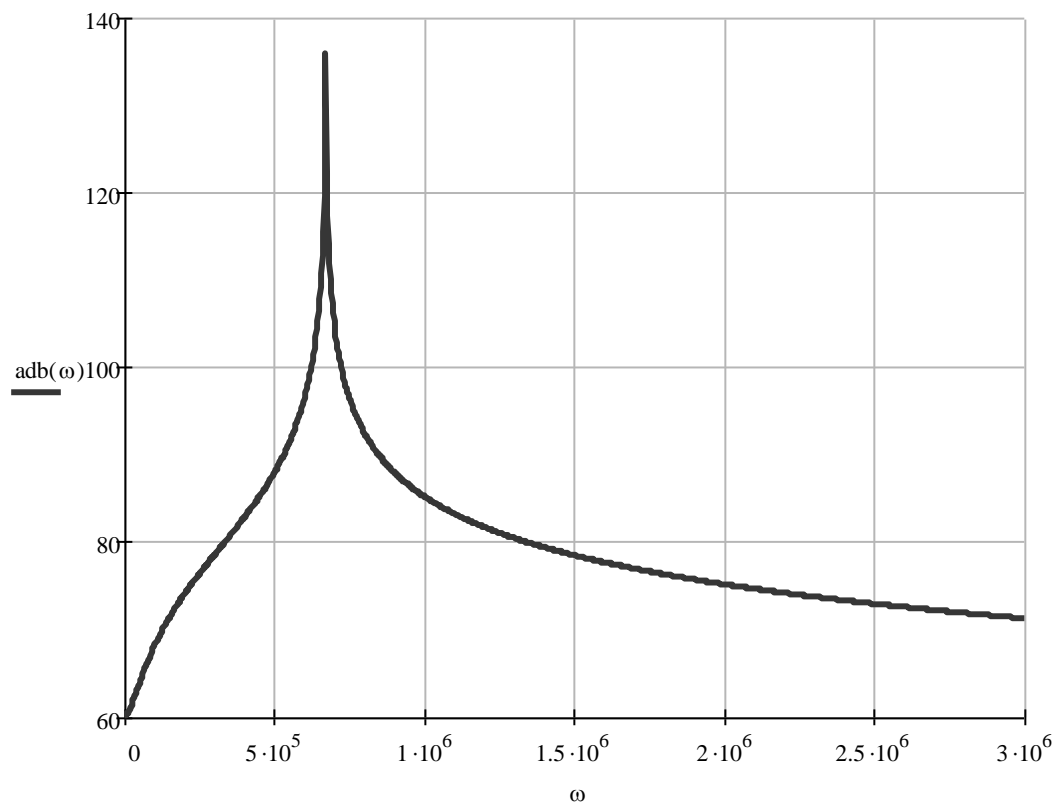


Рисунок 1.6 – Графік характеристики затухання

## 1.2 Побудова частотного годографа

Згідно з визначенням, частотний годограф – графічне зображення амплітудно-фазової характеристики – це геометричне місце точок на комплексній площині, що описує кінець радіус-вектора довжиною, рівною модулю КЧФ (тобто АЧХ) з кутом нахилу до дійсної осі, рівним аргументу КЧФ (тобто ФЧХ) для даної частоти. Побудова годографа проводиться для всього частотного діапазону, тобто  $\omega \in [0; \infty]$ .

Для побудови частотного годографа складемо таблицю значень модуля та аргументу КЧФ. На її основі побудуємо частотний годограф.

Таблиця 2.3 – Значення дійсної та уявної частин КЧФ

$\omega, 10^6 \text{ рад/с}$	$ Y_{\text{ex}}(j\omega) , 10^{-4} \text{ См}$	$\arg(Y_{\text{ex}}(j\omega)), \text{ рад}$
0,01	9.766	-0.217
0,2	2.03	-1.366
0,4	0,7344	-1.497
0,6	0,1576	-1.555
0,8	0,2318	1.548
1	0,5446	1.516
1.2	0,8185	1.489
1.4	1.069	1.464
1.6	1.305	1.44
1.8	1.529	1.417
2	1.746	1.395
100	9.95	0.1

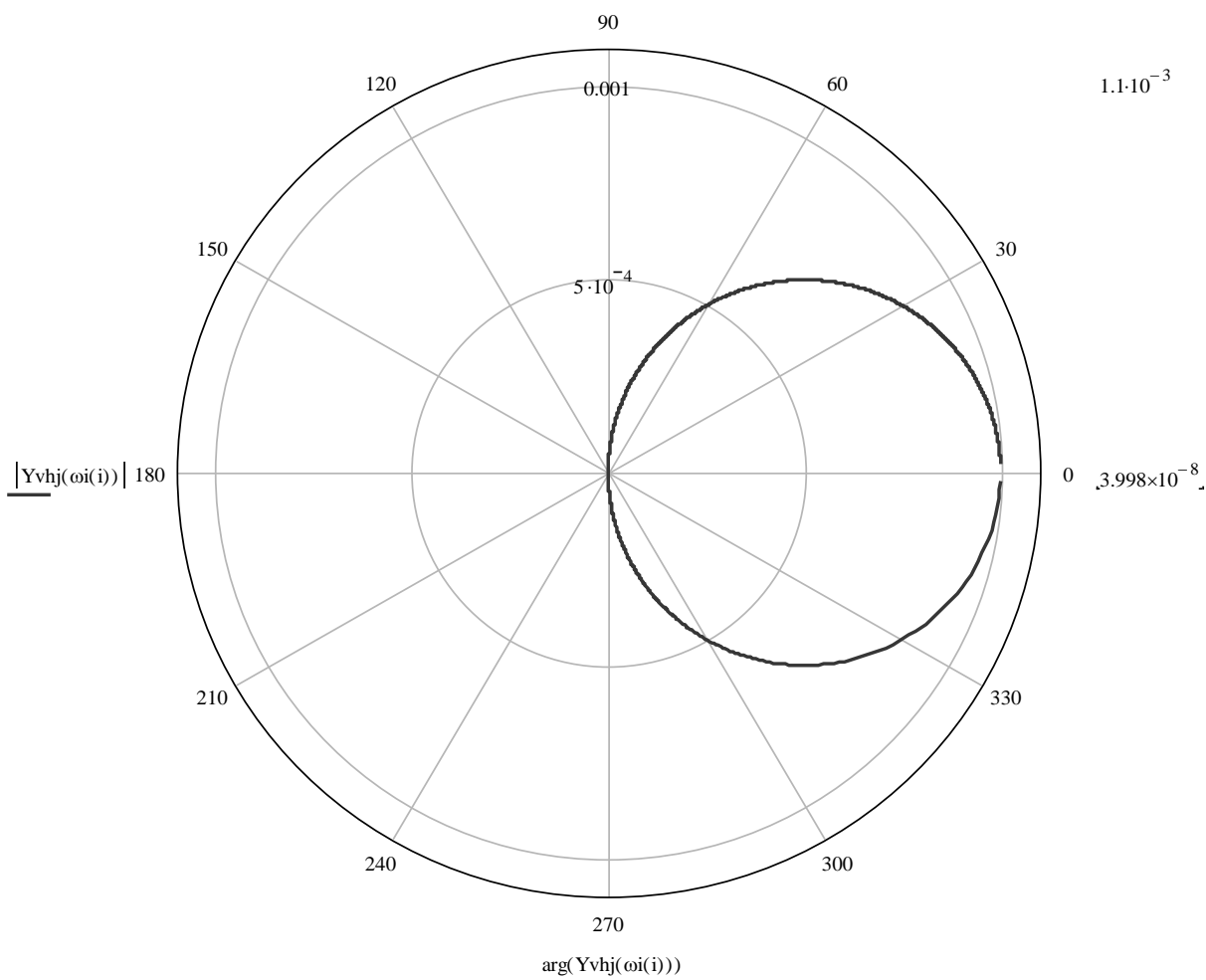


Рисунок 1.7 – Частотний годограф кола

### 1.3 Знаходження граничних частот смуги пропускання на рівні 3 дБ

Проведемо аналіз графіку АЧХ. Аналіз показує, що дане коло – режекторний фільтр. Фільтри такого типу мають дві смуги прозорості – в області високих та в області низьких частот та смугу затримки між цими областями. Частоти, що обмежують смугу затримки називаються граничними частотами.

Для їх визначення обчислимо значення АЧХ на нульовій та нескінченній частоті:

$$Y_{\text{ex}}(0) = \frac{1}{R_1} \times \frac{|\omega_p^2 - 0^2|}{\sqrt{(\omega_p^2 - 0^2) + (2\alpha \times 0)^2}} = \frac{1}{R_1}$$

$$Y_{\text{ex}}(\infty) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{R_1} \times \frac{|\omega_p^2 - 0^2|}{\sqrt{(\omega_p^2 - 0^2) + (2\alpha \times 0)^2}} \right) = \frac{1}{R_1}$$

Граничні частоти будуть відповідно розв'язками рівнянь:

$$Y_{\text{ex}}(\omega_{H.ГП}) = \frac{Y_{\text{ex}}(0)}{\sqrt{2}}$$

$$Y_{\text{ex}}(\omega_{B.ГП}) = \frac{Y_{\text{ex}}(\infty)}{\sqrt{2}}$$

Оскільки  $Y_{\text{ex}}(\infty) = Y_{\text{ex}}(0) = \frac{1}{R_1}$ , то знаходження граничних частот зведеться до розв'язку рівняння:

$$Y_{\text{ex}}(\omega_{ГП}) = \frac{1}{R_1 \times \sqrt{2}},$$

що матиме два корені.

Розв'яжемо це рівняння графічним методом. Для цього на площині, на якій побудовано графік АЧХ, проведемо пряму на рівні  $\frac{1}{R_1 \times \sqrt{2}} = 7.071 \times 10^{-4}$ . Проекції точок перетину прямої з графіком на вісь частот дадуть нам розв'язок цього рівняння.

Подамо графік для визначення граничних частот:

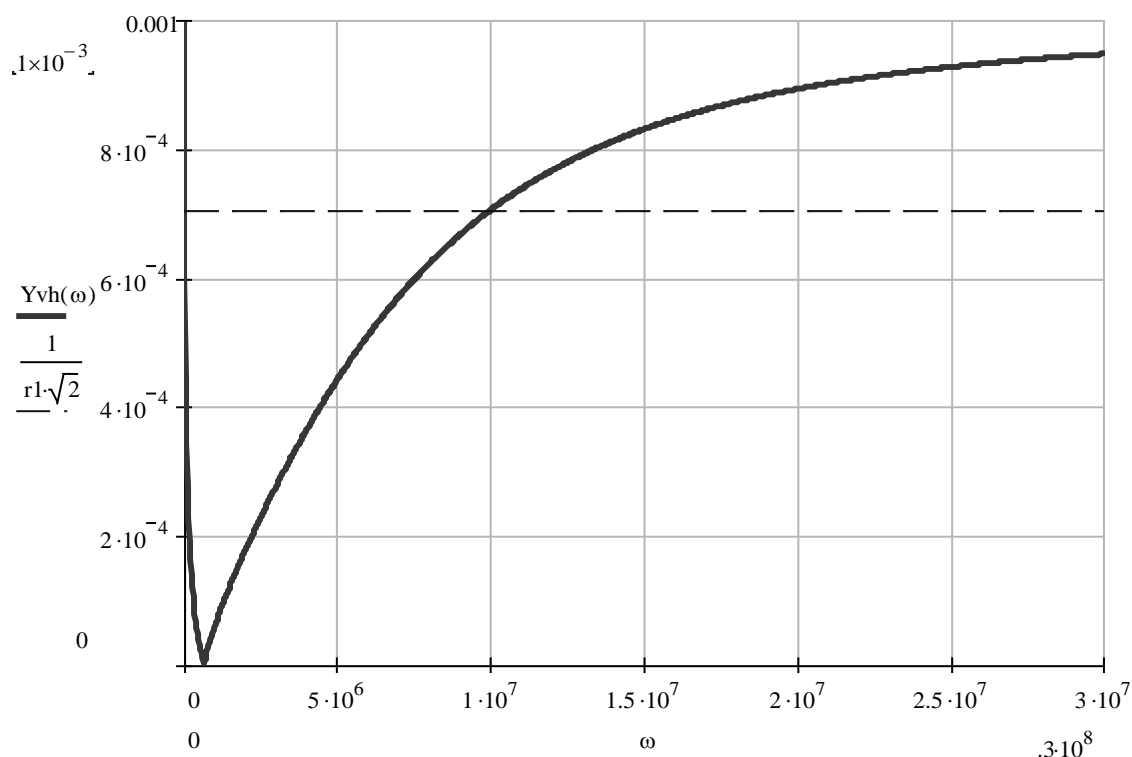


Рисунок 1.8 – Визначення граничних частот

Як можна побачити з графіку:

$$\omega_{B.ГР.} = 10^7$$

$$\psi(\omega_{B.ГР.}) = -5.046 \times 10^{-8}$$

Для знаходження нижньої граничної частоти збільшимо масштаб наведеного на рис. 1.8 графіка:

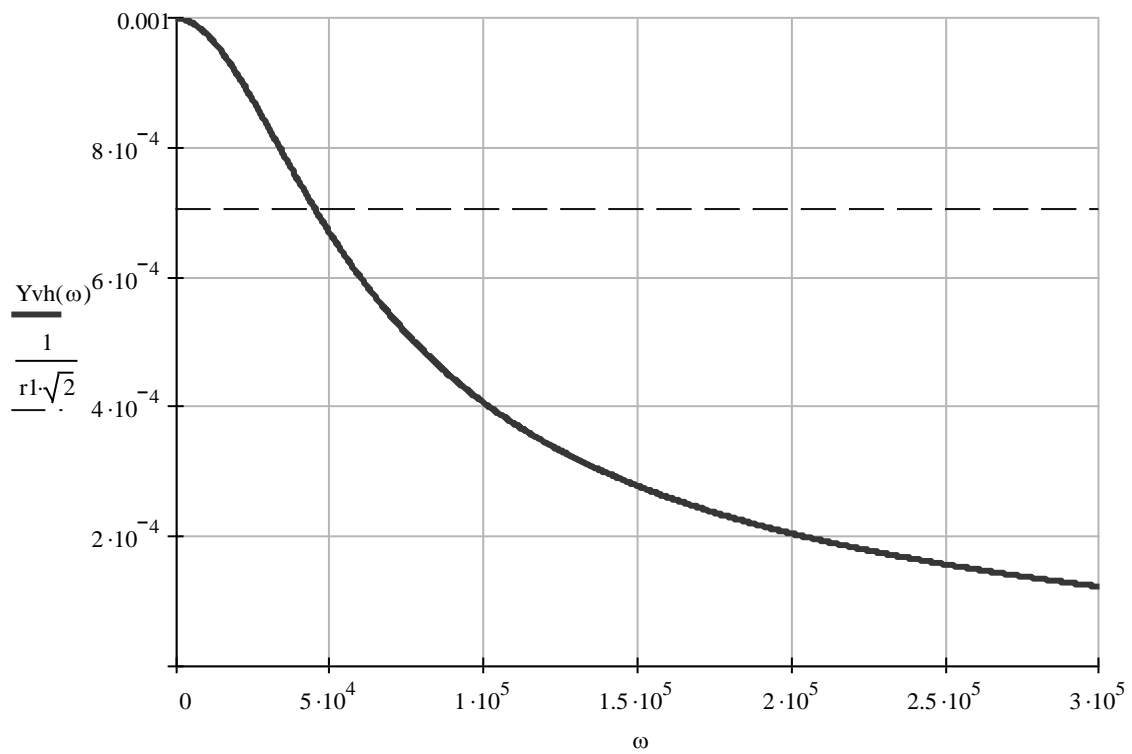


Рисунок 1.9 – Визначення граничних частот

$$\omega_{H.ГР.} = 4.5 \times 10^4$$

$$\psi(\omega_{H.ГР.}) = -1.121 \times 10^{-5}$$

Смуга пропускання даного фільтра:

$$\omega \in [0; 4.5 \times 10^4] \cup [10^7; \infty]$$

## 2 ДОСЛІДЖЕННЯ ЗМІНИ АЧХ ТА ФЧХ

### 2.1 Визначення впливу елемента дослідження $C_1$ на частотні характеристики кола

Подамо спочатку якісний аналіз кола. Цей вид аналізу ґрунтується лише на схемі електричного кола і не містить жодних розрахунків.

Оскільки досліджуваний елемент – реактивний, то вплив його параметру (ємності) доцільно розглядати лише в області між низькими та високими частотами, оскільки поза цією областю реактивний опір елемента визначатиметься не ємністю елемента, а частотою ( $X_C = \frac{1}{j\omega C}$ ).

В даній області вплив даного елемента буде наступним: зміна його ємності впливатиме на резонансну частоту, на якій АЧХ обнулятиметься, а ФЧХ матиме стрибок. Вплив ємності елемента на резонансну частоту буде обернено пропорційним, тобто зі збільшенням ємності зменшуватиметься резонансна частота, і навпаки. Це значить, що зі збільшенням параметру елемента дослідження графіки АЧХ та ФЧХ стискатимуться вздовж осі частот, зі зменшенням – розтягуватимуться.

Тепер проведемо кількісний аналіз, в ході якого наведемо таблиці та побудуємо графіки АЧХ та ФЧХ для наступних значень параметру елемента дослідження  $C_1$ :

$$C_1 = 0,1 \text{ нФ}$$

$$C_1 = 10 \text{ нФ}$$

$$C_1 = 1 \text{ нФ}$$



Таблиця 2.1 – Значення АЧХ та ФЧХ для  $C_1 = 0,1нФ$ 

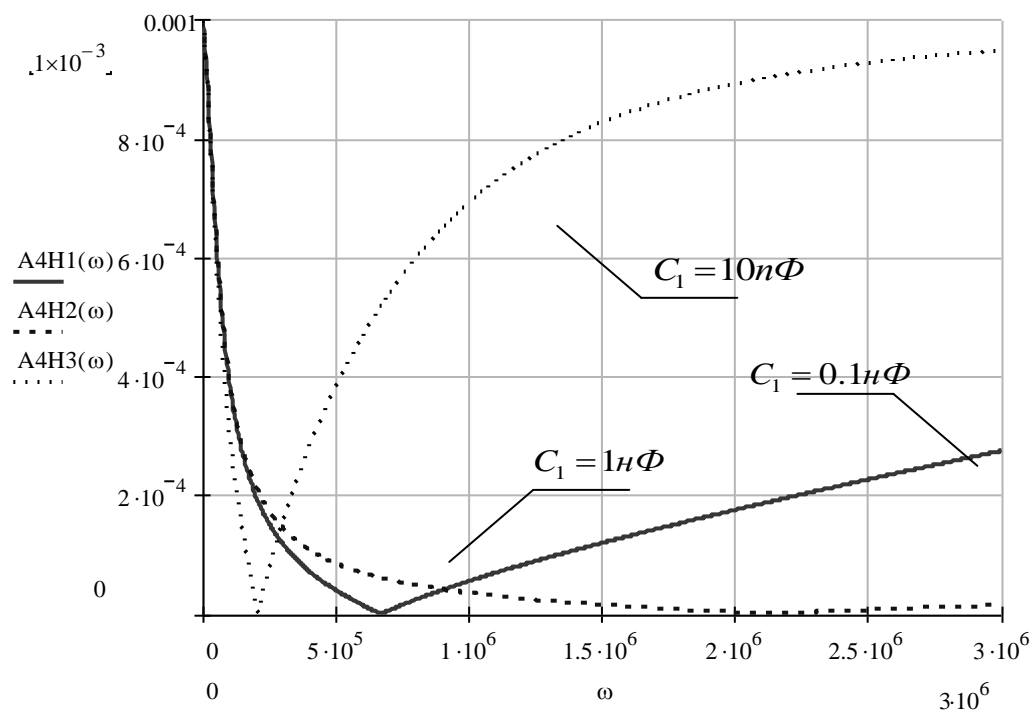
$\omega, 10^5 \text{ рад/с}$	$Y_{\text{ex}}(\omega) 10^{-4} \text{ См}$	$\varphi(\omega), \text{ рад}$
0	10	0
2	2.03	1.366
4	0.7344	1.497
6	0.1576	1.555
8	0.2318	-1.548
10	0.5446	-1.516
12	0.8185	-1.489
14	1.069	-1.464
16	1.305	-1.44
18	1.529	-1.417
20	1.746	-1.395

Таблиця 2.2 – Значення АЧХ та ФЧХ для  $C_1 = 10нФ$ 

$\omega, 10^5 \text{ рад/с}$	$Y_{\text{ex}}(\omega) 10^{-4} \text{ См}$	$\varphi(\omega), \text{ рад}$
0	10	0
2	0,2726	1.544
4	2.753	-1.292
6	4.643	-1.088
8	5.965	-0.932
10	6.905	-0.809
12	7.58	-0.711
14	8.072	-0.631
16	8.437	-0.567
18	8.712	-0.513
20	8.924	-0.468

Таблиця 2.3 – Значення АЧХ та ФЧХ для  $C_1 = 1нФ$ 

$\omega, 10^5 \text{ рад/с}$	$Y_{\text{ex}}(\omega) 10^{-5} \text{ См}$	$\varphi(\omega), \text{ рад}$
0	100	0
2	21.976543	1.349
4	10.898332	1.462
6	6.9588468	1.501
8	4.8760113	1.522
10	3.5432283	1.535
12	2.5870127	1.545
14	1.8464384	1.552
16	1.2408136	1.558
18	7.2523345	1.564
20	2.7272626	1.568

Рисунок 2.1 – Залежність АЧХ від параметру елемента  $C_1$

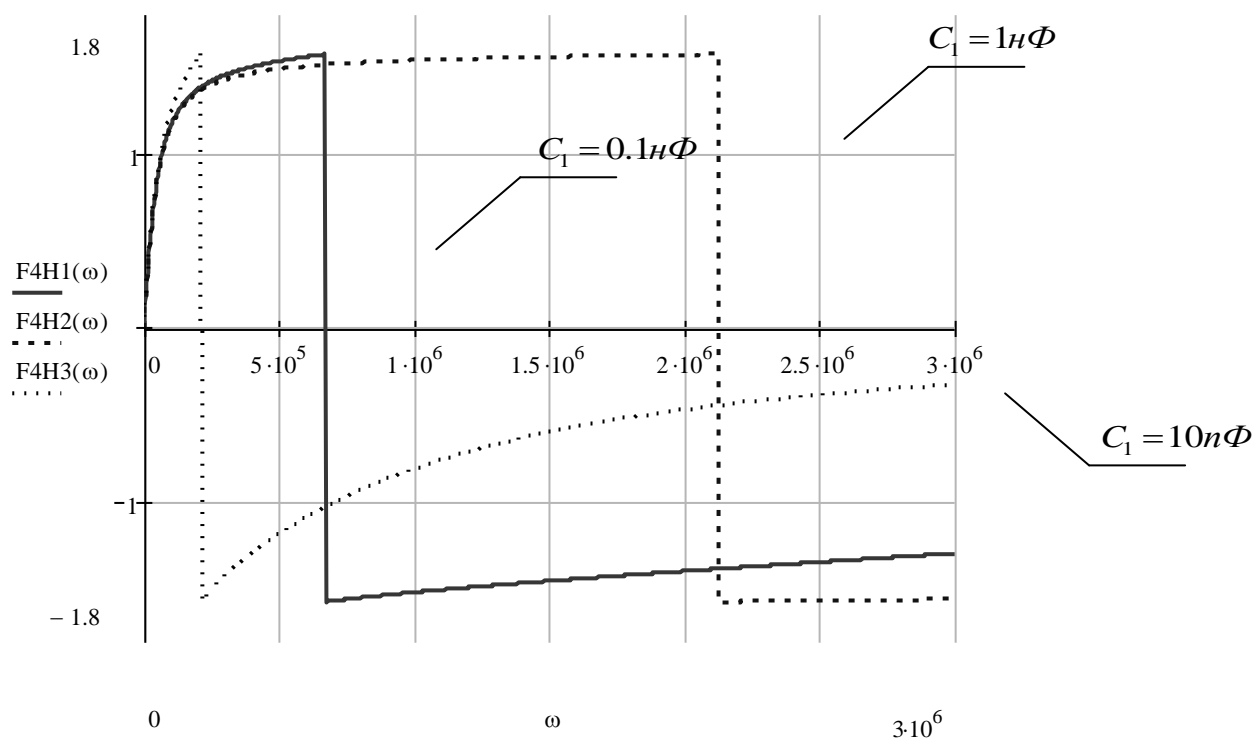


Рисунок 2.2 – Залежність ФЧХ від параметру елемента  $C_1$

## 2.2 Визначення впливу елемента навантаження $R_1$ на частотні характеристики кола

Подамо спочатку якісний аналіз.

Вплив елементу навантаження  $R_1$  доцільно розглядати лише в області низьких та високих частот, тому що на резонансній частоті та в її околі вхідна провідність буде близькою до нуля через нескінченний опір паралельного коливального контуру. Елемент навантаження в такому випадку не впливатиме на частотні характеристики кола.

При віддаленні від резонансної частоти як в одну, так і в іншу сторону, сила впливу опору навантаження збільшуватиметься і ставатиме максимальною на нульовій та нескінченній частотах. На таких частотах паралельний коливальний контур, послідовного до якого підключений досліджуваний елемент матиме нульовий опір.

Вплив опору  $R_1$  буде наступним: на АЧХ елемент впливатиме обернено пропорційно, причому при збільшенні його параметру матиме набагато вагоміший вплив, аніж зменшення його. Зміна параметру елемента навантаження не впливатиме на резонансну частоту, отже графік ФЧХ змінюватиме тільки свою опуклість, зсув стрибка, що відповідає резонансній частоті спостерігатися не буде.

Подамо тепер кількісний аналіз кола, в ході якого наведемо таблиці та побудуємо графіки АЧХ та ФЧХ для наступних значень параметру елемента навантаження  $R_1$ :

$$R_1 = 1\text{КОм}$$

$$R_1 = 10\text{Ом}$$

$$R_1 = 10\text{КОм}$$

Таблиця 2.4 – Значення АЧХ та ФЧХ для  $R_1 = 1\text{КОм}$ 

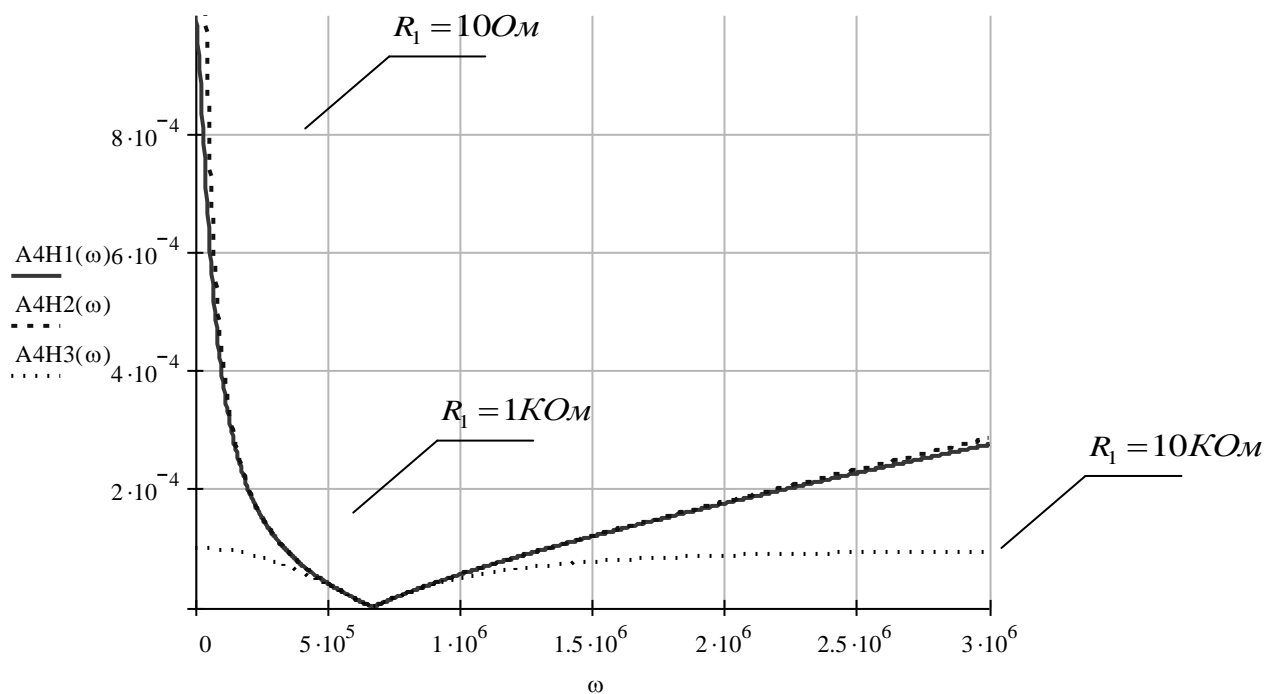
$\omega, 10^5 \text{ рад/с}$	$Y_{\text{ex}}(\omega) 10^{-4} \text{ См}$	$\varphi(\omega), \text{ рад}$
0	10	0
2	2.03	1.366
4	0.7344	1.497
6	0.1576	1.555
8	0.2318	-1.548
10	0.5446	-1.516
12	0.8185	-1.489
14	1.069	-1.464
16	1.305	-1.44
18	1.529	-1.417
20	1.746	-1.395

Таблиця 2.5 – Значення АЧХ та ФЧХ для  $R_1 = 10\text{Ом}$ 

$\omega, 10^5 \text{ рад/с}$	$Y_{\text{ex}}(\omega) 10^{-4} \text{ См}$	$\varphi(\omega), \text{ рад}$
0	1000	0
2	2.073	1.569
4	0.7364	1.57
6	0.1576	1.571
8	0.2318	-1.571
10	0.5445	-1.57
12	0.8212	-1.57
14	1.075	-1.57
16	1.316	-1.569
18	1.547	-1.569
20	1.773	-1.569

Таблиця 2.5 – Значення АЧХ та ФЧХ для  $R_1 = 10 \text{ КОм}$ 

$\omega, 10^5 \text{ рад/с}$	$Y_{\text{ex}}(\omega) 10^{-5} \text{ СМ}$	$\varphi(\omega), \text{ рад}$
0	10	0
2	9.0065827	0.45
4	5.929493	0.936
6	1.5565514	1.415
8	2.2582958	-1.343
10	4.7885213	-1.071
12	6.3463954	-0.883
14	7.322893	-0.749
16	7.9618869	-0.65
18	8.398936	-0.574
20	8.7097847	-0.514

Рисунок 2.3 – Залежність АЧХ від параметру елемента  $R_1$

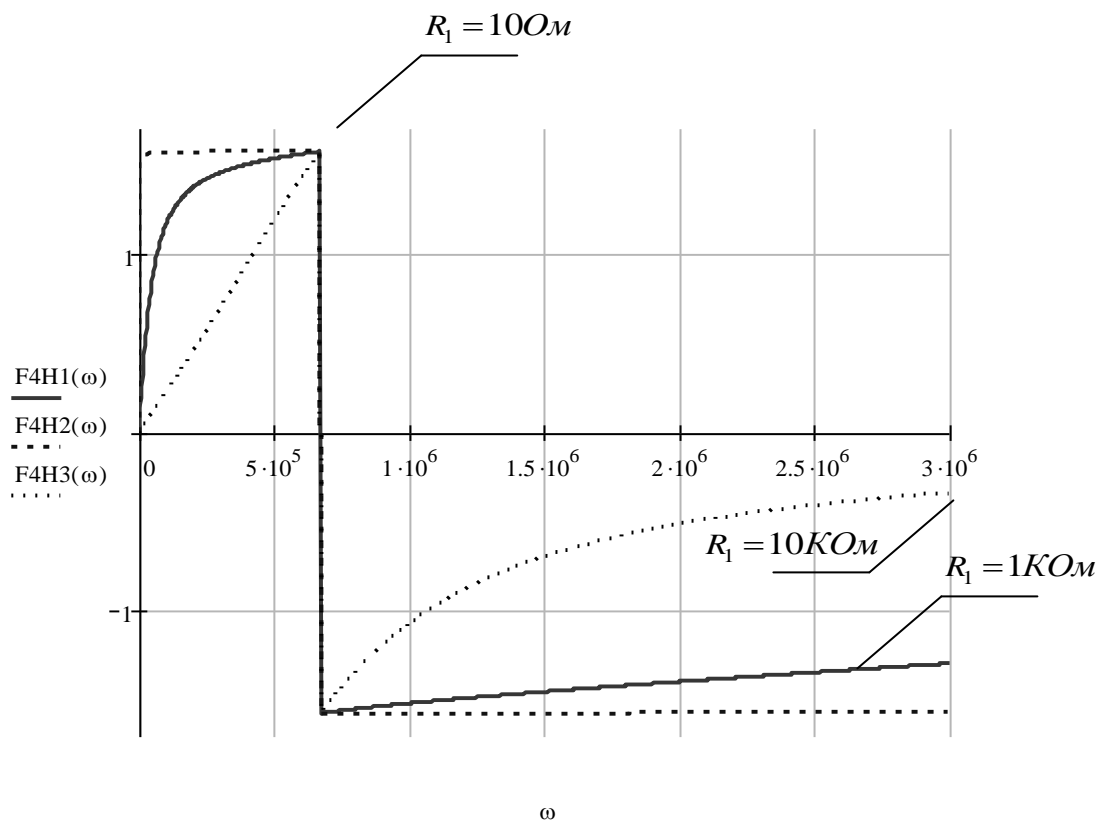


Рисунок 2.4 – Залежність ФЧХ від параметру елемента  $R_1$

## ВИСНОВКИ

При виконанні розрахункової на тему «Дослідження частотних властивостей електричних кіл»:

1. Знайдено комплексно – частотну функція типу вхідної провідності через системну операторну функцію кола  $Y_{\text{ex}}(j\omega) = Y_{\text{ex}}(p)|_{p=j\omega}$
2. Розраховано частотні характеристики: АЧХ, ФЧХ, АФХ, характеристику групового часу запізнення, ЛАЧХ та ЛФЧХ.
3. Визначено селективні властивості заданого електричного кола. Розрахункове коло є режекторним фільтром.
4. Обчислені граничні частоти смуги пропускання на рівні 3 дБ
5. Проведено дослідження залежності АЧХ, ФЧХ, частотних характеристик від зміни параметрів елементів С1 та R1: спочатку - якісне, а потім - кількісне, яке підтвердило правильність якісного.
6. При виконанні даної розрахунково – графічної роботи використовувались такі комп'ютерні програми як MathCad 13 та CorelDRAW 12 (для побудови схем)



## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Гумен М.Б. та ін. Основи теорії електричних кіл: У 3 кн. Кн. 1. Аналіз лінійних електричних кіл. Часова область: Підручник/ За ред. М.Б. Гумена. - К.: Вища школа, 2003. - 399 с.: іл.
2. Гумен М. Б. та ін. Основи теорії електричних кіл: У 3 кн. Кн. 2. Аналіз лінійних електричних кіл. Частотна область: Підручник / М.Б. Гумен, А. М. Гуржій, В. М. Співак; За ред. М. Б. Гумена. – К.: Вища шк., 2004. – 358 с .: іл.
3. ДСТУ 3095: 2015 Інформація та документація. ЗВІТИ У СФЕРІ НАУКИ І ТЕХНІКИ. Структура та правила оформлювання

.

## ДОДАТОК А

## Завдання на розрахункову роботу

Для даного кола (рис. А1) виконати наступне:

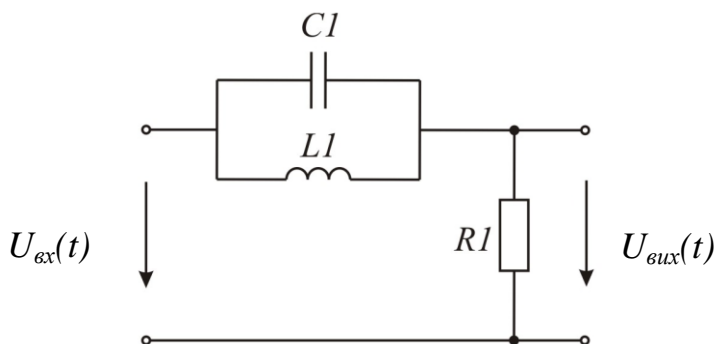


Рисунок А1 - Схема для розрахунку лінійного динамічного кола

1. На основі заданої комплексно-частотної функції розрахувати не менше, а ніж для десяти значень частоти такі частотні характеристики: АЧХ, ФЧХ, АФХ, ХГЧЗ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, характеристику згасання. Результати представити в табличній та графічній формах.
2. Обчислити значення граничних частот смуги пропускання на рівні 3дБ, групового часу запізнення в межах смуги пропускання.
3. Провести дослідження залежності АЧХ та ФЧХ від зміни параметрів одного з елементів  $C1$  та  $RI$ . Дослідження виконати спочатку якісно та підтвердити кількісно (на основі розрахунків). Результати представити в табличній та графічній формах.
4. Вхідний сигнал –  $u(t) = U_m(t) \cos(\omega t + \alpha_u)$

Параметри завдання наведені в таблиці А1, а параметри елементів кола - в таблиці А2.

Таблиця А1 - Параметри завдання

Вид реакції	КЧФ	Елемент навантаження	Елементи дослідження
$I_{ex}$	$Y_{ex}$	$RI$	$CI, RI$

Таблиця А2

$RI$ , кОм	$LI$ , мГн	$CI$ , нФ
1	22	0,1